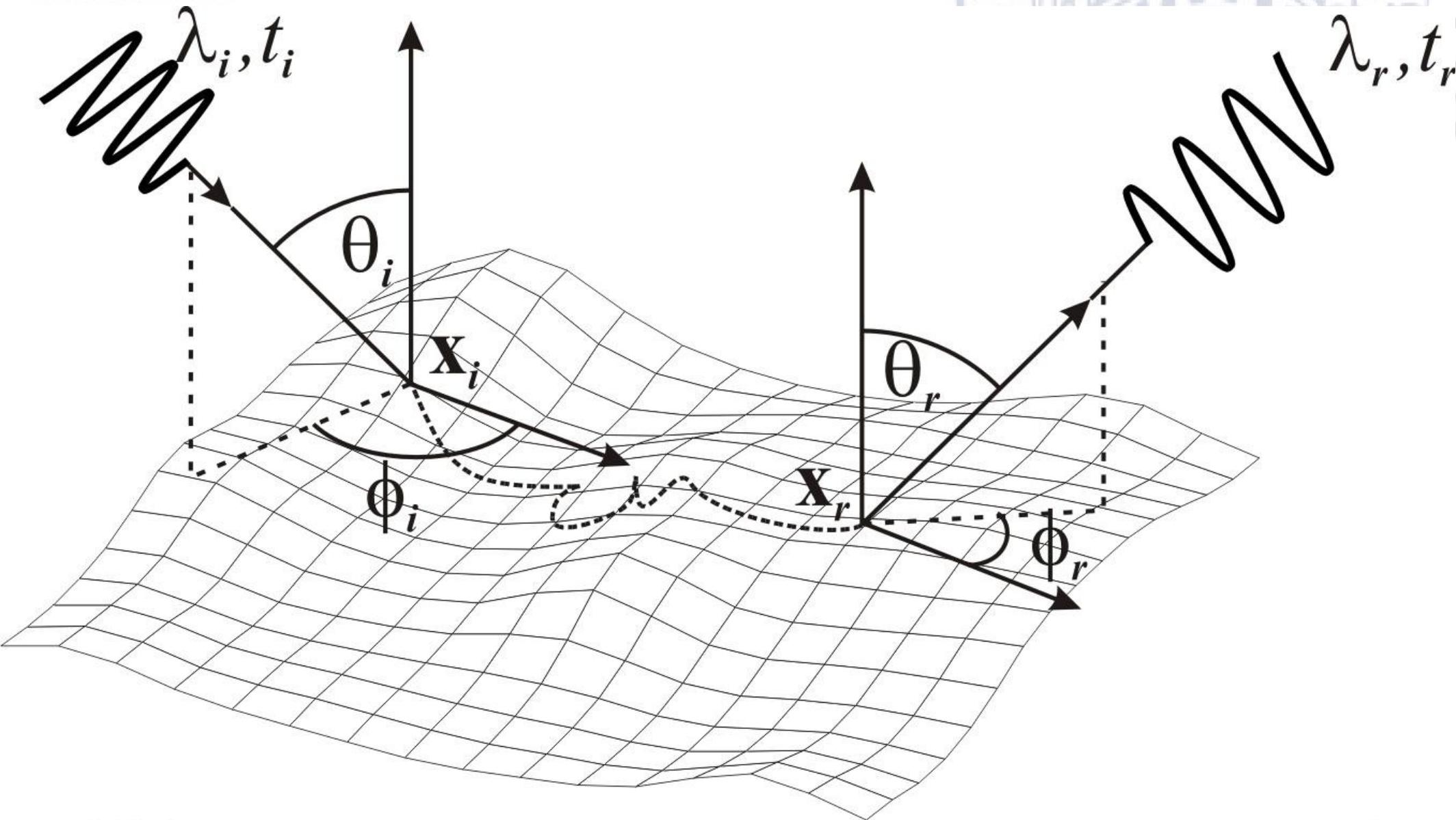
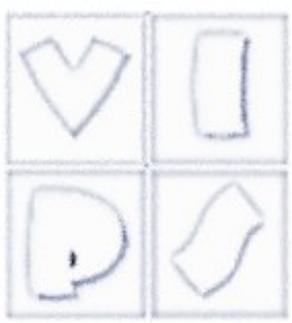
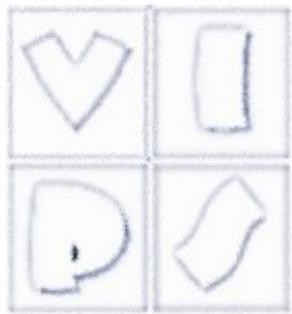


# Grafica al calcolatore - Computer Graphics

5 – Interazione luce-materia

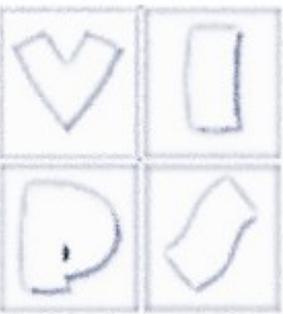
# Il problema fisico





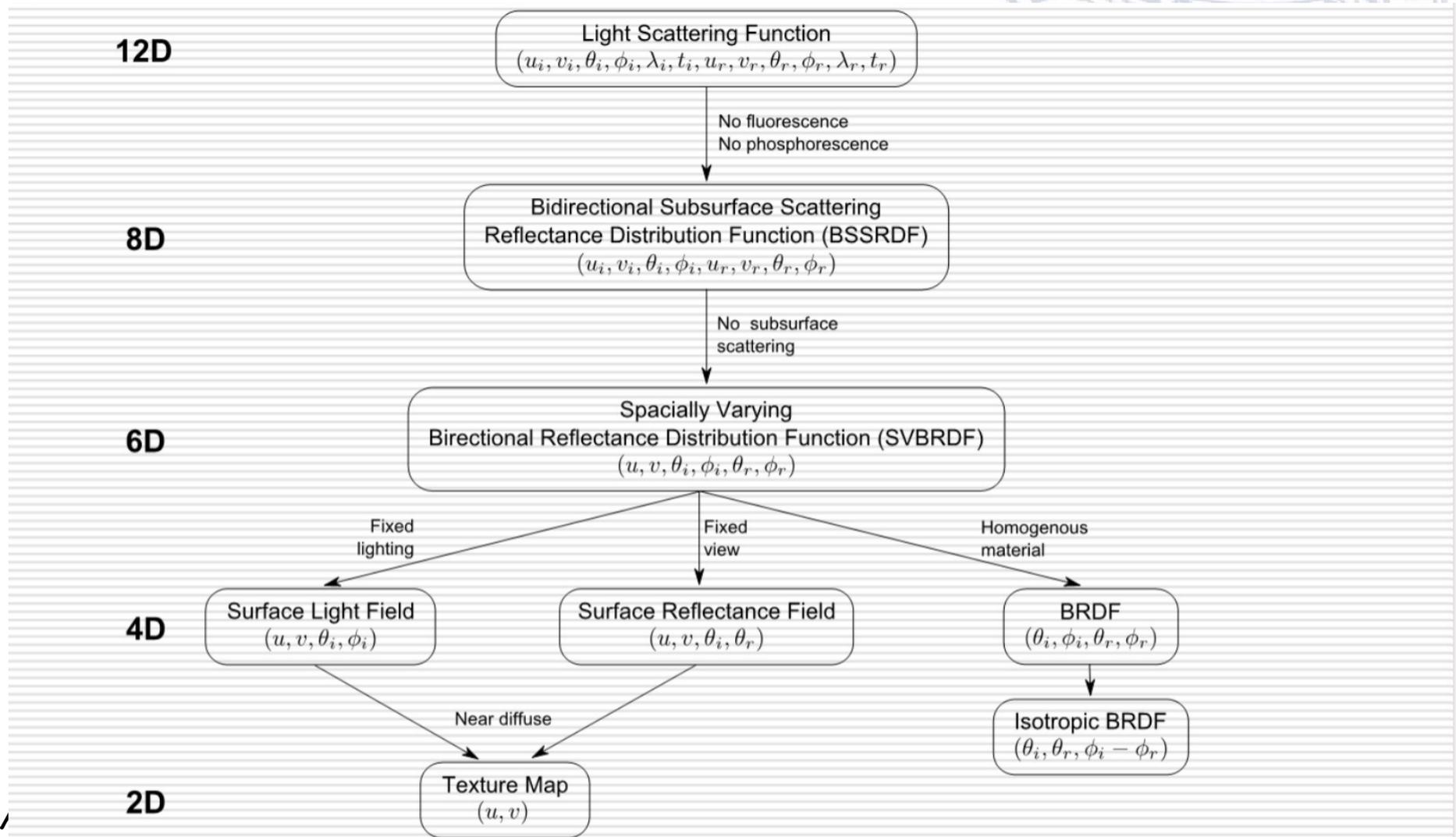
# Il problema fisico

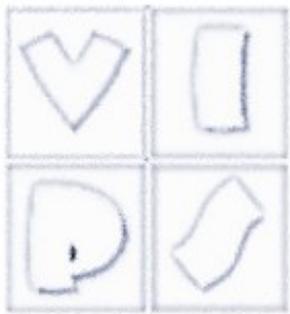
- Interazione luce-materia
- La luce raggiunge la superficie. Viene riflessa, ma come? Molti effetti
  - Parte assorbita, parte riemessa, magari in punto diverso visto che può essere riflessa sotto la superficie, anche con ritardo di tempo
  - Modifica lunghezza d'onda
  - Troppo complicato, ma alcuni effetti per essere simulati richiederebbero questo
    - Fosforescenza, fluorescenza, ecc.



# Modelli parametrici

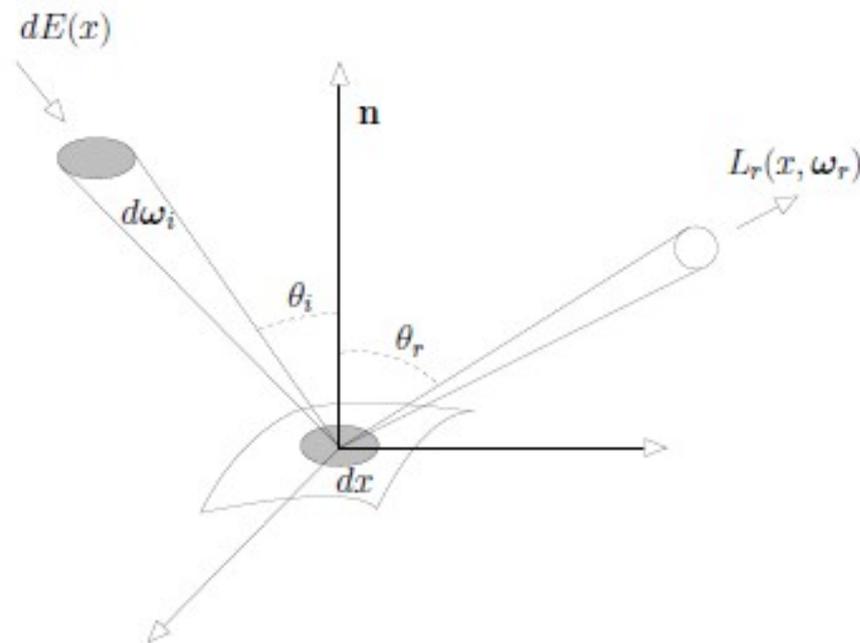
- Possiamo semplificare il numero di parametri



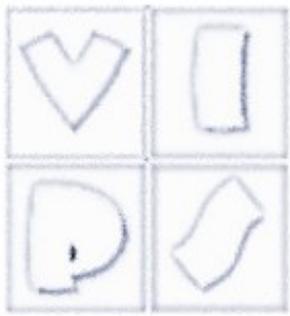


# BRDF

- In grafica di solito usiamo la BRDF: modelliamo riflessione come se dipendente da soli 4 parametri:
  - Direzione luce incidente-riflessa
  - Comunque complicatissimo
  - Inoltre assumeremo di poter pensare alla luce come composizione di 3 fasci monocromatici a frequenze fisse (R,G,B) o di un solo valore di luminosità (ovviamente falso)

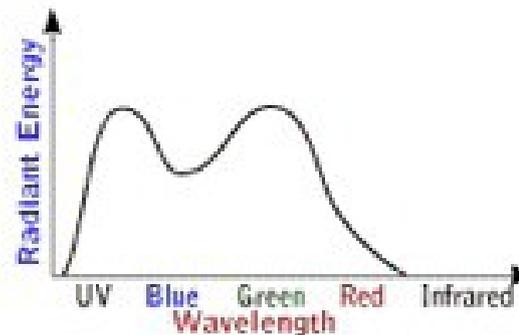


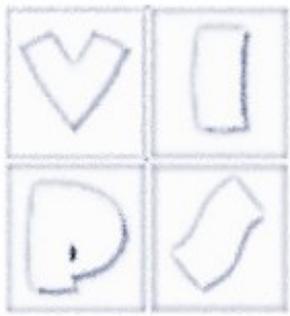
# Fotometria/radiometria



La radiazione luminosa è caratterizzata da

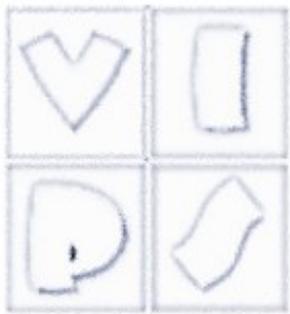
- distribuzione spettrale, che ne determina il colore
- energia che ne determina l'intensità o luminosità
  - per ora usiamo in modo informale questi termini
- Si chiama fotometria la misura dell'energia trasportata dalle onde elettromagnetiche della gamma ottica (spettro visibile).
  - la fotometria si occupa dell'azione della luce visibile sull'occhio umano
- La radiometria invece si occupa di radiazioni estese sull'intero intervallo delle possibili lunghezze d'onda e non considera gli effetti sull'osservatore.





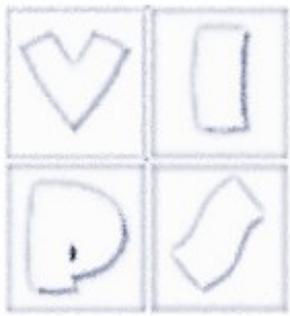
# Radiometria

- Essendo interessati ad un modello oggettivo, definiremo le grandezza radiometriche.
- Assumendo che non ci sia interazione tra le diverse lunghezze d'onda, si può misurare l'energia indipendentemente per un certo numero di lunghezze d'onda campione che servono a rappresentare l'intera distribuzione spettrale.
- Di solito se ne usano 3, per motivi legati al sistema visivo umano, corrispondenti al rosso, verde e blu (RGB).
- Tutte le grandezze che definiremo sono implicitamente spettrali, ovvero riferite ad una singola lunghezza d'onda.



# Quantità fisiche

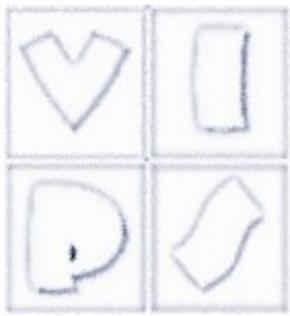
- Le quantità che misuriamo sono
  - Il flusso radiante  $\Phi$  è la velocità alla quale l'energia luminosa viene emessa (o assorbita) da una superficie, ha le dimensioni di una potenza (energia per unità di tempo) e si misura in Watt [W].
  - irradianza  $E(\mathbf{x})$  il rapporto tra il flusso ricevuto da un elemento infinitesimo di superficie in  $\mathbf{x}$  e la sua area  $dx$
  - Radiosità  $B(\mathbf{x})$  il rapporto tra il flusso emesso da un elemento infinitesimo di superficie in  $\mathbf{x}$  e la sua area  $dx$
  - Radianza  $L(\mathbf{x}, \omega)$  nel punto  $\mathbf{x}$  in una direzione  $\omega$  è la densità superficiale della intensità radiante in  $\mathbf{x}$  lungo la direzione  $\omega$ , considerando l'area della superficie proiettata



# Radiometria

- Il flusso radiante  $\Phi$  è la velocità alla quale l'energia luminosa viene emessa (o assorbita) da una superficie, ha le dimensioni di una potenza (energia per unità di tempo) e si misura in Watt [W].
- Si dice irradianza  $E(\mathbf{x})$  il rapporto tra il flusso ricevuto da un elemento infinitesimo di superficie in  $\mathbf{x}$  e la sua area  $dx$ :

$$E(\mathbf{x}) = d\Phi/dx$$

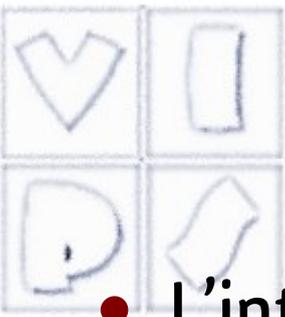


# Radiometria

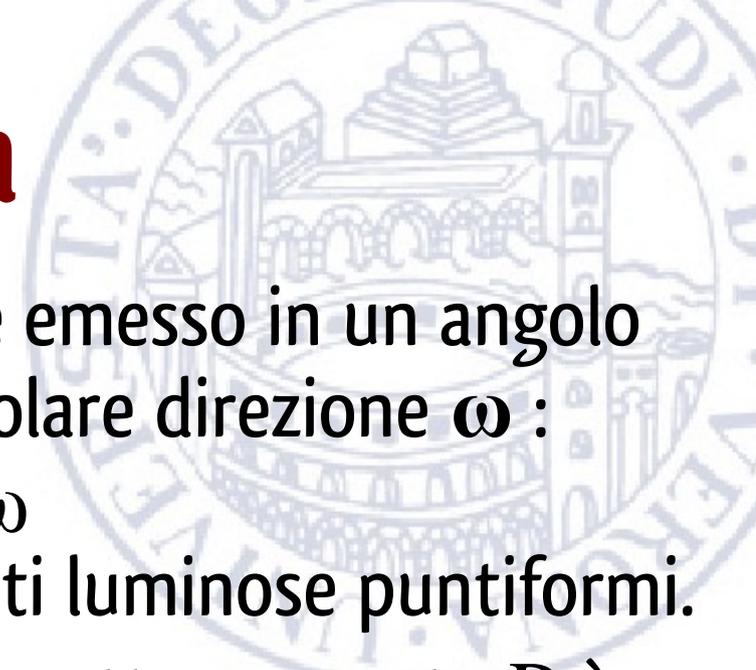
- Si dice radiosità o radiosity  $B(\mathbf{x})$  il rapporto tra il flusso emesso da un elemento infinitesimo di superficie in  $\mathbf{x}$  e la sua area  $dx$ :

$$B(\mathbf{x}) = d\Phi / dx$$

- Irradianza e radiosità sono la stessa grandezza (una densità superficiale di flusso) e si misurano in  $[W/m^2]$ . La differenza è che l'irradianza è energia ricevuta, la radiosità è energia emessa.
- In entrambe i casi, l'energia ricevuta/emessa si considera da/verso tutte le direzioni.



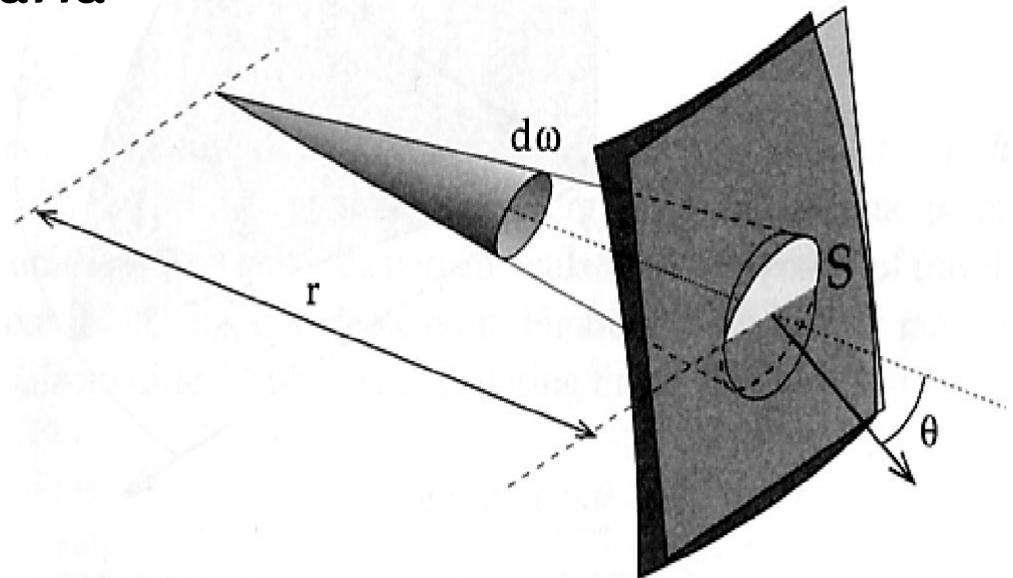
# Radiometria



- L'intensità radiante è il flusso radiante emesso in un angolo solido infinitesimo  $d\omega$  lungo una particolare direzione  $\omega$  :

$$I(\omega) = d\Phi/d\omega$$

- Si usa soprattutto per descrivere sorgenti luminose puntiformi.
- L'angolo solido sotteso da un oggetto rispetto un punto P è pari all'area della proiezione dell'oggetto su una sfera unitaria centrata in P.

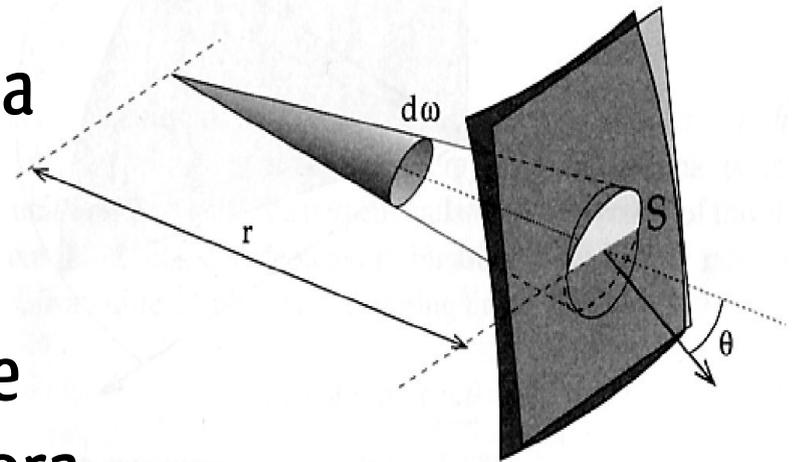


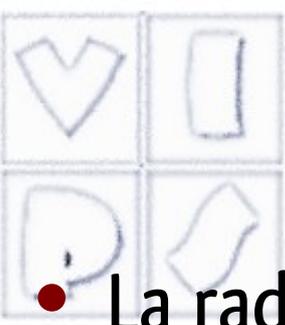


# Radiometria

- L'angolo solido sotteso da un elemento infinitesimo di superficie  $dx$  centrato in  $\mathbf{x}$  ed orientato con normale  $\mathbf{n}$ , rispetto ad un punto  $\mathbf{y}$  distante  $r$  vale:  $d\omega = dx \cos \theta / r^2$  dove  $\theta$  è l'angolo formato dalla normale  $\mathbf{n}$  con la congiungente  $\mathbf{y}$  ed  $\mathbf{x}$ .
- Il termine  $dx \cos \theta$  rappresenta l'area proiettata di  $dx$  lungo la congiungente  $\mathbf{y}$  ed  $\mathbf{x}$ .
- Se poniamo in  $\mathbf{y}$  una sorgente di luce puntiforme con intensità radiante  $I$ , allora l'irradianza nel punto  $\mathbf{x}$  vale:

$$E(x) = \frac{d\Phi}{dx} = \frac{I \cos \theta}{r^2}$$



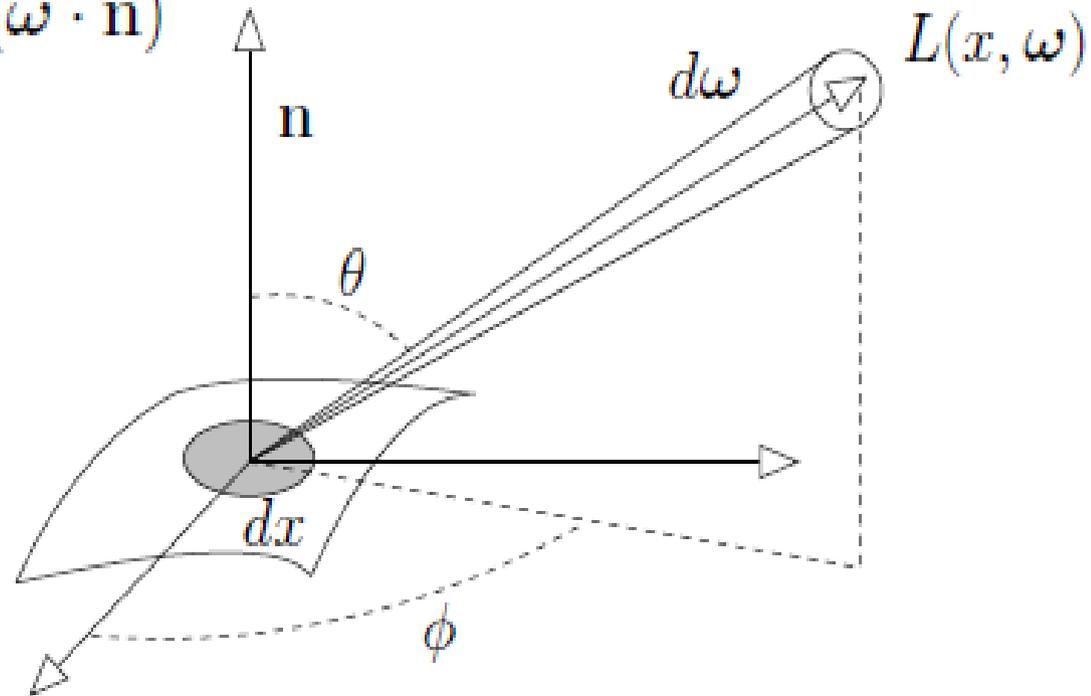


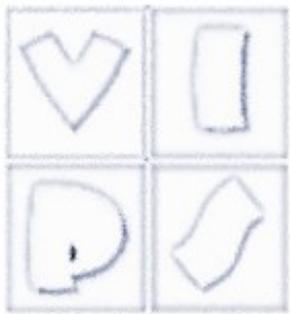
# Radianza

- La radianza  $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega})$  nel punto  $\mathbf{x}$  in una direzione  $\boldsymbol{\omega}$  è la densità superficiale della intensità radiante in  $\mathbf{x}$  lungo la direzione  $\boldsymbol{\omega}$ , considerando l'area della superficie proiettata:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}) = \frac{dI(\boldsymbol{\omega})}{dx(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n})} = \frac{d^2\Phi}{d\omega dx(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n})}$$

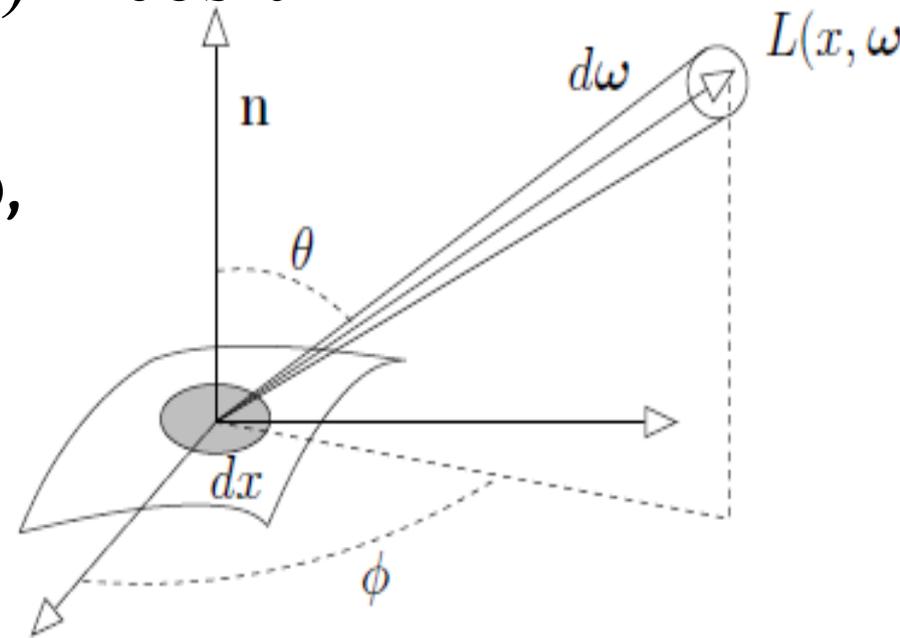
- L'area proiettata della superficie infinitesima  $dx$  è l'area della proiezione di  $dx$  (la cui normale è  $\mathbf{n}$ ) sul piano perpendicolare a  $\boldsymbol{\omega}$ , e vale dunque  $dx(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n})$

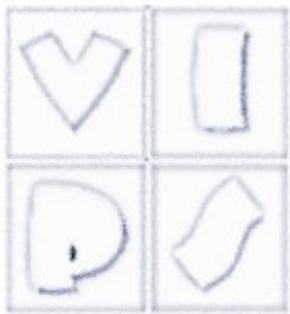




# Radianza

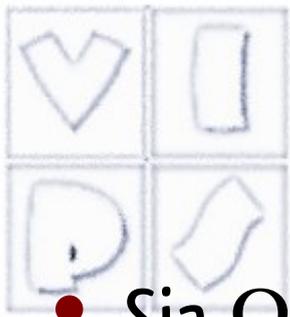
- La direzione  $\omega$  è data da due angoli: l'elevazione  $\theta$  (rispetto alla normale alla superficie  $\mathbf{n}$ ) e l'azimuth  $\phi$  (rispetto ad una direzione fissata sulla superficie.)
- Possiamo dunque scrivere:  $(\omega \cdot \mathbf{n}) = \cos \theta$
- La radianza  $L(\mathbf{x}, \omega)$  è la densità di flusso nel punto  $\mathbf{x}$  in una direzione  $\omega$ , misurata rispetto ad una superficie infinitesima perpendicolare a  $\omega$ .
  - La radianza è pari al il flusso radiante per unità di angolo solido per unità di area proiettata lungo la direzione di propagazione, e si misura in  $[W/(m^2 \cdot \text{st})]$ .





# Radianza lungo un raggio

- Dati due punti  $x$  e  $y$  (nel vuoto) la radianza che lascia  $x$  verso  $y$  è uguale a quella che raggiunge  $y$  dalla direzione di  $x$ : non si attenua con la distanza.
- Il modello che si usa in grafica è quello di raggi luminosi che trasportano una certa quantità di energia luminosa.
- Nel ray casting, dunque, i raggi luminosi trasportano radianza, ed i pixel registrano il valore della radianza (idealmente)
- Quando informalmente si parla di “intensità” del pixel, si fa riferimento alla radianza.
- In realtà nelle immagini digitali, l'intensità è mappata in un range dinamico limitato (tipicamente 8 bit) e non linearmente per compensare la non linearità della percezione umana



# Radiosità

- Sia  $\Omega$  la semisfera delle direzioni attorno alla normale in  $\mathbf{x}$ .  
Dall'equazione scritta prima si ha:

$$L(x, \omega)(\omega \cdot \mathbf{n}) = \frac{d^2\Phi}{d\omega dx}$$

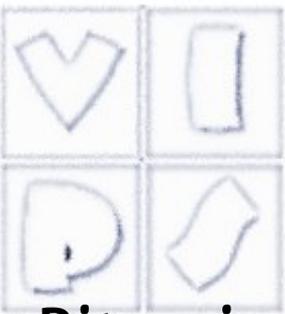
ed integrando:

$$\int_{\Omega} L(x, \omega)(\omega \cdot \mathbf{n}) d\omega = \int_{\Omega} \frac{d^2\Phi}{d\omega dx} d\omega = \frac{d\Phi}{dx} = B(x)$$

- Similmente, per l'energia incidente, l'irradianza vale:

$$E(x) = \int_{\Omega} L(x, \omega)(\omega \cdot \mathbf{n}) d\omega$$

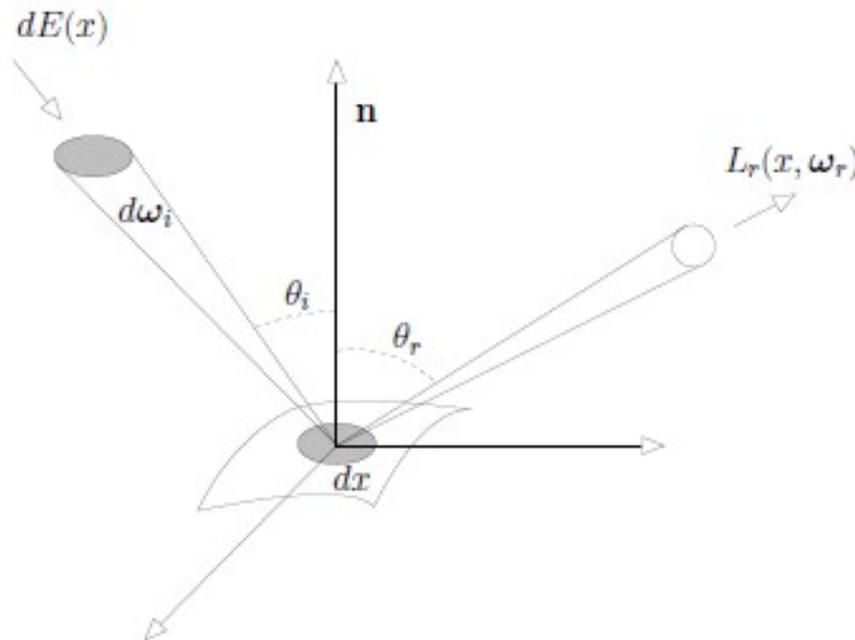
- Nota: la radianza è definita per unità di area proiettata, mentre la irradianza/radiosità sono definite per unità di area (effettiva).

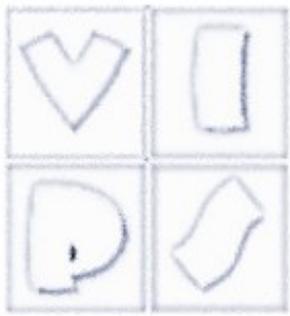


# BRDF

Ritroviamo quindi la Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF) che caratterizza il materiale di cui è composta la superficie

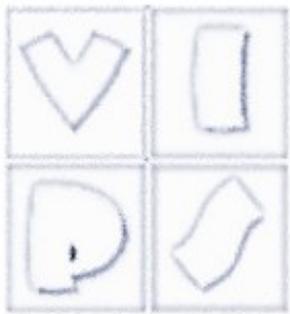
- La BRDF  $\rho(\mathbf{x}, \omega_i, \omega_r)$ , è il rapporto tra la radianza riflessa da  $\mathbf{x}$  lungo la direzione  $\omega_r$  e l'irradianza della luce incidente nel punto  $\mathbf{x}$  da un angolo solido infinitesimale  $d\omega_i$  centrato in  $\omega_i$ :





# BRDF

- 4 gradi di libertà (due angoli). Sarebbero 5 se considerassimo la dipendenza dalla lunghezza d'onda della luce
- E' già una drastica semplificazione
- Supponiamo che localmente sia costante (stesso materiale in una regione)
- Non modella alcuni effetti dei materiali reali
  - Dipendenza dalle lunghezze d'onda
  - Fluorescenza: riemissione di energia a frequenze diverse da quelle ricevute, tipicamente visibile da stimolo ultravioletto
  - Fosforescenza: riemissione anche dopo la cessazione dello stimolo
  - Scattering sotto la superficie
  - Occorrerebbe, come detto all'inizio, introdurre funzioni con più gradi di libertà



# BRDF

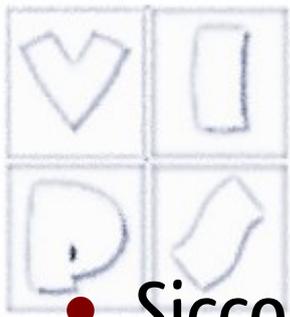
- Si usa la irradianza e non la radianza per misurare la densità di flusso incidente perché quest'ultima non tiene conto della reale orientazione della superficie
- Si vede facilmente che l'irradianza è legata alla radianza della luce incidente  $L_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_i)$  da:

$$dE(\mathbf{x}) = L_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_i)(\boldsymbol{\omega}_i \cdot \mathbf{n})d\boldsymbol{\omega}_i$$

dove  $P_0(\boldsymbol{\omega}_i \cdot \mathbf{n}) = \cos\Theta_i$

- Dunque la BRDF si scrive:

$$\rho(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_i, \boldsymbol{\omega}_r) = \frac{L_r(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_r)}{L_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_i)(\boldsymbol{\omega}_i \cdot \mathbf{n})d\boldsymbol{\omega}_i}$$



# BRDF

- Siccome la radianza è definita per unità di area proiettata, moltiplicando per  $(\omega_i \cdot \mathbf{n})$  la si converte in una misura per unità di area (non proiettata).
- In altri termini, si tiene conto del fatto che la radianza è misurata rispetto ad un'area infinitesima orientata diversamente da quella che in effetti viene illuminata, mentre noi vogliamo esprimere l'effettivo flusso incidente.
- Se consideriamo i contributi di irradianza da tutte le direzioni di incidenza, la radianza totale riflessa nella direzione  $\omega_r$ , è vale:

$$L_r(x, \omega_r) = \int_{\omega_i \in \Omega} \rho(x, \omega_i, \omega_r) L_i(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$

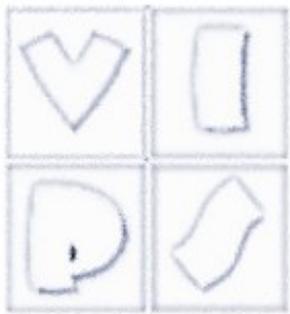
# Diffusione pura

- Una superficie Lambertiana (o diffusore perfetto) ha una BRDF costante:  $\rho(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_i, \boldsymbol{\omega}_r) = \rho(\mathbf{x})$ . La radianza (riflessa) di tale superficie non dipende dalla direzione.

- Inoltre 
$$L_r(x, \boldsymbol{\omega}_r) = \rho(x) \int_{\Omega} L_i(x, \boldsymbol{\omega}_i) (\boldsymbol{\omega}_i \cdot \mathbf{n}) d\boldsymbol{\omega}_i = \rho(x) E(x) = L(x)$$

$$B(x) = \int_{\Omega} L(x, \boldsymbol{\omega}) (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n}) d\boldsymbol{\omega} = L(x) \int_{\Omega} \cos \theta d\boldsymbol{\omega} = \rho(x) E(x) \pi$$

- $\rho_d(\mathbf{x}) = \pi \rho(\mathbf{x})$  prende il nome di albedo.
  - L'albedo è la frazione di irradianza  $E(\mathbf{x})$  che viene riflessa come radiosità  $B(\mathbf{x})$ . Il resto dell'energia viene assorbito
  - Diffusore perfetto: superficie ruvida (es. gesso, coccio) che ripartisce la radianza entrante uniformemente su tutte le direzioni

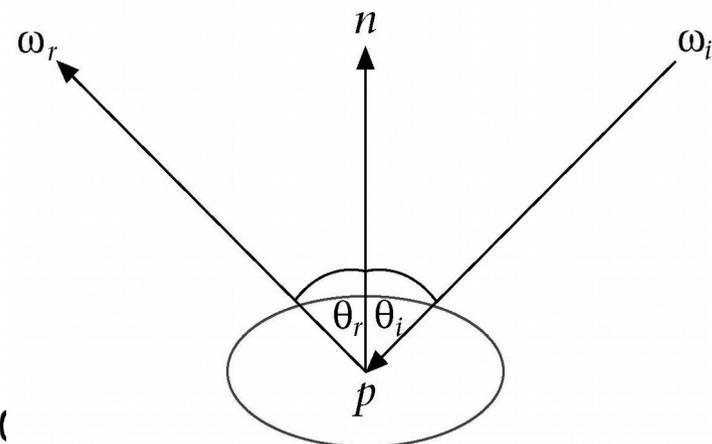


# BRDF generica

La specifica esatta della BRDF per superfici reali è estremamente difficile da ottenere.

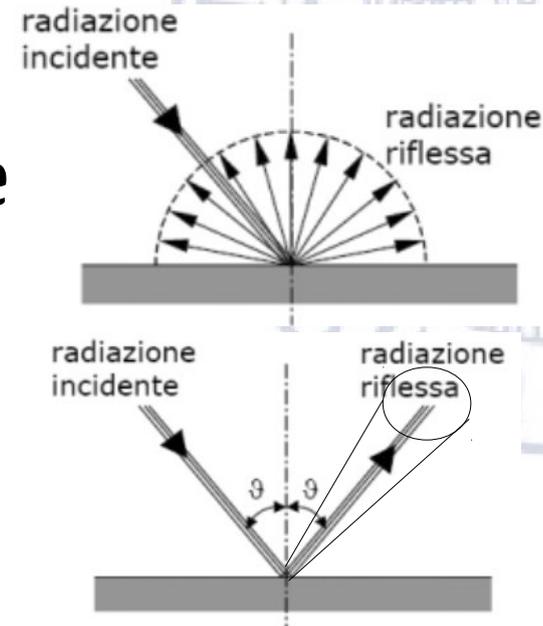
- Nella grafica al computer si usano approssimazioni della BRDF. Le due più semplici e più usate modellano due comportamenti ideali dei materiali: una è appunto la diffusione, l'altra è la riflessione speculare
- Un riflettore speculare si comporta come uno specchio perfetto, che riflette il raggio incidente lungo una direzione che forma con la normale lo

stesso angolo formato dalla direzione di incidenza.



# Diffusione e riflessione speculare

- In un materiale opaco (diffusivo) la luce viene riflessa in modo uniforme in tutte le direzioni
- In un materiale lucido (glossy) il raggio incidente viene disperso in un cono attorno alla direzione di riflessione perfetta



- Tipicamente le BRDF che si usano in Grafica mescolano diffusione e riflessione speculare
- Abbiamo omesso la dipendenza dalla lunghezza d'onda, ma la BRDF, in generale, dipende anche da essa: le superfici appaiono colorate per questo: la luce bianca (spettro uniforme) incide sulla superficie e grazie all'assorbimento selettivo delle componenti cromatiche la luce riflessa ha una distribuzione spettrale non uniforme, ovvero è "colorata"



# Equazione del rendering

- La radianza riflessa in direzione  $\omega_r$ , dovuta all'irradianza lungo una direzione  $\omega_i$  è 
$$L_r(x, \omega_r) = \rho(x, \omega_i, \omega_r) L_i(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n})$$

- La radianza totale riflessa lungo  $\omega_r$ , è la somma dei contributi dovuti a tutte le possibili direzioni incidenti,  $\Theta$ , quindi vale:

$$L_r(x, \omega_r) = \int_{\Theta} \rho(x, \omega_i, \omega_r) L_i(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$

- Aggiungendo la radianza emessa  $L_e(\mathbf{x}, \omega)$  si ottiene l'equazione del rendering, o della radianza (Kajiya, 1987), che esprime la radianza totale che lascia il punto  $\mathbf{x}$  nella direzione

$\omega$ :

$$L(x, \omega) = L_e(x, \omega) + \int_{\Omega} \rho(x, \omega_i, \omega) L(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$

- La radianza incidente in  $x$  lungo la direzione  $\omega_i$ ,  $L_i(\mathbf{x}, \omega_i)$  è uguale alla radianza emessa da un altro punto  $y$  nella direzione sotto cui  $y$  vede  $x$ :  $L_i(\mathbf{x}, \omega_{xy}) = L_i(\mathbf{x}, \omega_{yx})$  con  $\omega_i = \omega_{xy}$

- L'angolo solido infinitesimo  $d\omega$  sotto cui  $y$  vede  $d\mathbf{x}$  vale:

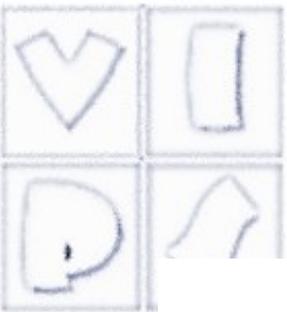
$$d\omega = dy \cos \theta_{yx} / \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2$$

- Introduciamo il termine di visibilità  $V(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  che vale 1 se e solo se  $\mathbf{x}$  è visibile da  $\mathbf{y}$ . Possiamo quindi trasformare l'equazione del rendering da integrale su una semisfera di direzioni ad integrale su tutte le superfici  $S$  della scena:

$$L(x, \omega) = L_e(x, \omega) + \int_{y \in S} \rho(x, \omega_{xy}, \omega) L(y, \omega_{yx}) G(x, y) dy$$

- Il termine  $G(x, y) = \frac{\cos \theta_{xy} \cos \theta_{yx}}{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2} V(x, y)$  dipende solo dalla

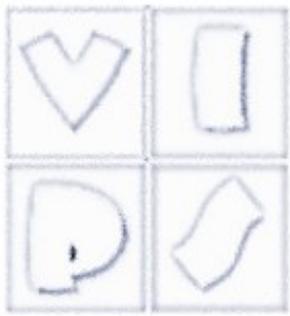
geometria della scena.



# Equazione del rendering

$$L(x, \omega) = L_e(x, \omega) + \int_{\Omega} \rho(x, \omega_i, \omega) L(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$

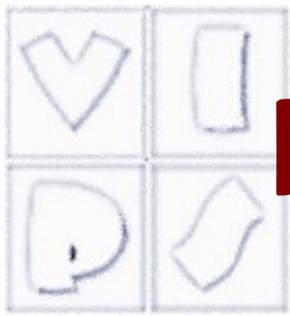
- Per determinare il colore del pixel nel ray casting dobbiamo risolverla. E' ricorsiva: L è a sinistra e anche a destra!
  - La radianza in un punto di una superficie è determinata globalmente, poiché dipende non solo dalle sorgenti luminose (primarie) ma anche da tutte le altre superfici presenti nell'ambiente (sorgenti secondarie): computazionalmente assai oneroso.
- La disciplina della grafica al calcolatore è incentrata sulla soluzione di questa equazione.
- Si propongono soluzioni approssimate, in modo più o meno grossolano
  - Si semplificano sia la BRDF che la ricorsione.



# Ricorsione

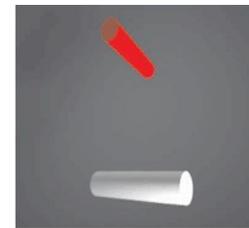
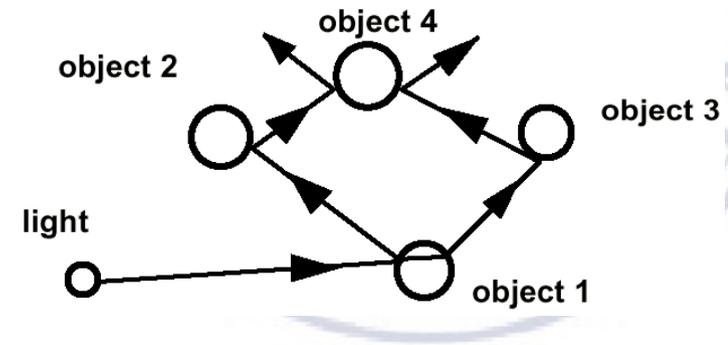
Per questo aspetto, i metodi si dividono in locali e globali.

- Locali. Si elimina la ricorsione, tenendo conto solo dell'effetto diretto delle sorgenti luminose, trascurando le interriflessioni
  - nell'equazione viene considerata la radianza entrante solo lungo le direzioni corrispondenti a raggi provenienti direttamente dalle sorgenti luminose, la cui radianza è nota (ray casting semplice)
- Globali. Si tiene conto della natura ricorsiva della equazione della radianza, ma si trascurano alcuni fenomeni di interriflessione per rendere il problema trattabile. Esempi:
  - ray tracing, corretto solo per le riflessioni speculari
  - radiosity che modella solo le interriflessioni tra superfici diffuse.

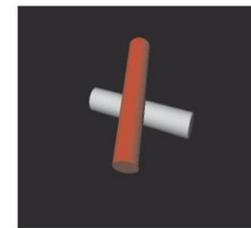


# Illuminazione globale e locale

- Per simulare realmente la fisica della luce
  - Occorre avere un modello locale di riflessione del raggio incidente sul materiale
  - Occorre modellare le inter-riflessioni (globale) che fanno sì che l'illuminazione di ogni punto dipenda da tutta la scena
- Intanto cerchiamo di definire un modello approssimato di riflessione



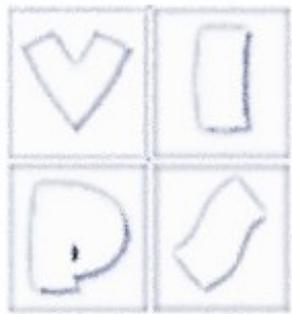
(a) Side view



(b) Local

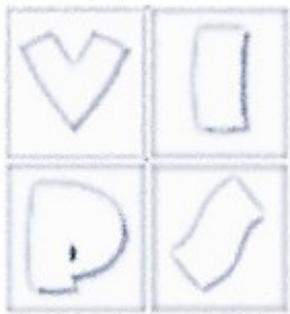


(c) Global



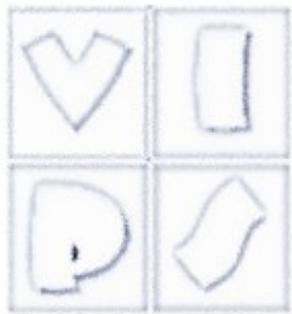
# Modello di Phong

- Un modello di illuminazione locale tratta l'interazione tra una sorgente ed una singola superficie, buttando via del tutto la ricorsione
- Nei modelli locali ciascun punto viene trattato indipendentemente dal resto della scena (no interriflessioni, no ombre, no riflessioni speculari)
- Modello di illuminazione: data la normale alla superficie, il materiale e la direzione di illuminazione, fornisce il colore
- Il modello che vedremo (Phong) è semplice, abbastanza veloce da funzionare in tempo reale e produce risultati accettabili, per scene semplici.
  - Può essere usato come base per realizzare algoritmi di illuminazione globale (ray tracing)
  - Può essere usato per il rendering in pipeline di rasterizzazione



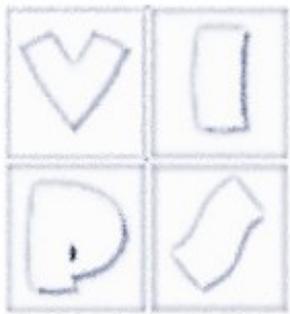
# Modello di Phong

- Modello dovuto a Phong Bui-Tran, prima metà degli anni '70
- Semplifica lo schema fisico di interazione:
  - Solo sorgenti puntiformi
  - Calcolo locale dell'equazione di illuminazione
  - No inter-riflessioni
  - Approssimazione con due costanti della funzione di riflessione
  - Simula il comportamento di materiali opachi
  - Non modella la rifrazione: no materiali trasparenti o semi-trasparenti
  - Non considera le ombre proiettate
- Le formule che seguono sono in un'unica banda cromatica: servono per la produzione di un'immagine a diversi livelli di intensità (toni di grigio) piuttosto che diversi colori
- Quando si utilizza una rappresentazione a colori RGB l'equazione viene calcolata in modo indipendente per ciascuna delle tre componenti cromatiche



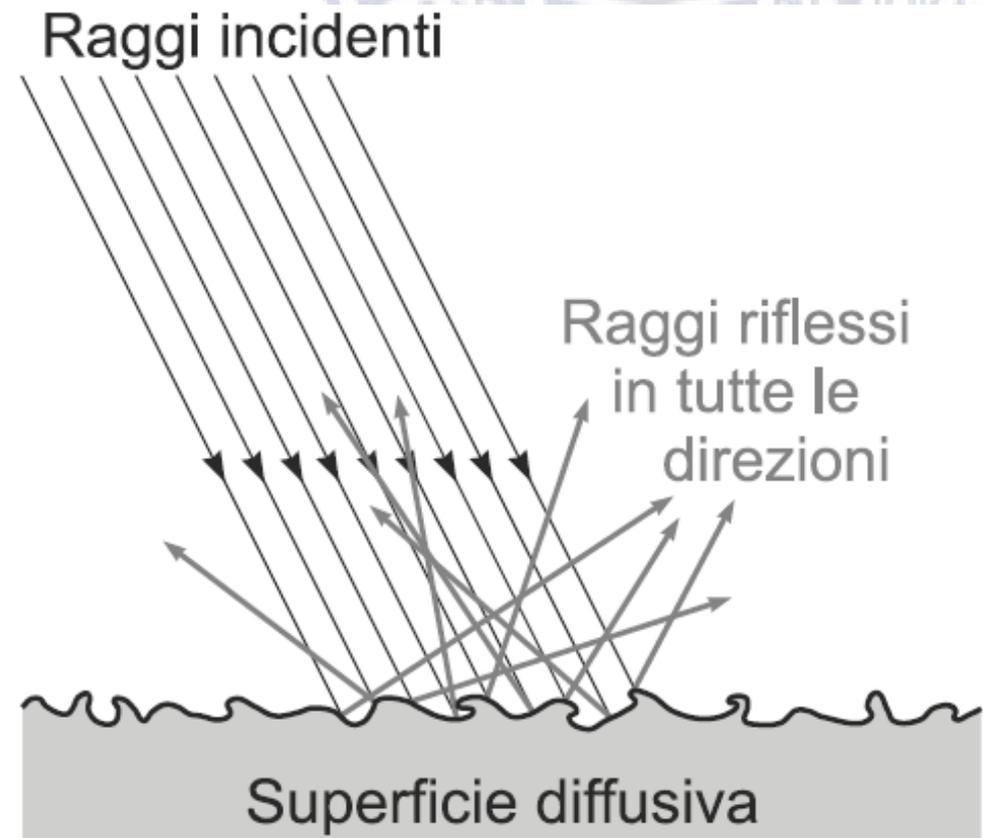
# Modello di Phong

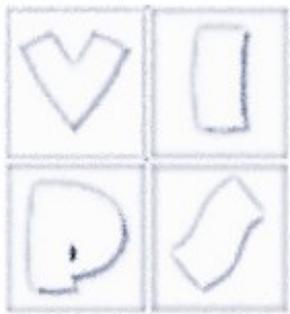
- La luce viene considerata composta da tre componenti cromatiche R,G,B. Si calcola l'intensità indipendentemente per ogni componente cromatica, ottenendo un colore.
  - Nel seguito faremo riferimento ad una singola componente.
- Confondiamo "l'intensità luminosa"  $I$  con la radianza. La  $I$  è il valore che viene assegnato al raggio.
- Sia  $P$  il punto della superficie di cui si vuole calcolare il colore. Questo equivale a calcolare l'intensità luminosa  $I_{out}$  lungo la direzione  $v$  che congiunge  $P$  con il COP
- Modelliamo i comportamenti puramente "speculari" e diffusivi dei materiali usando le leggi di Lambert e Fresnel



# Legge di Lambert

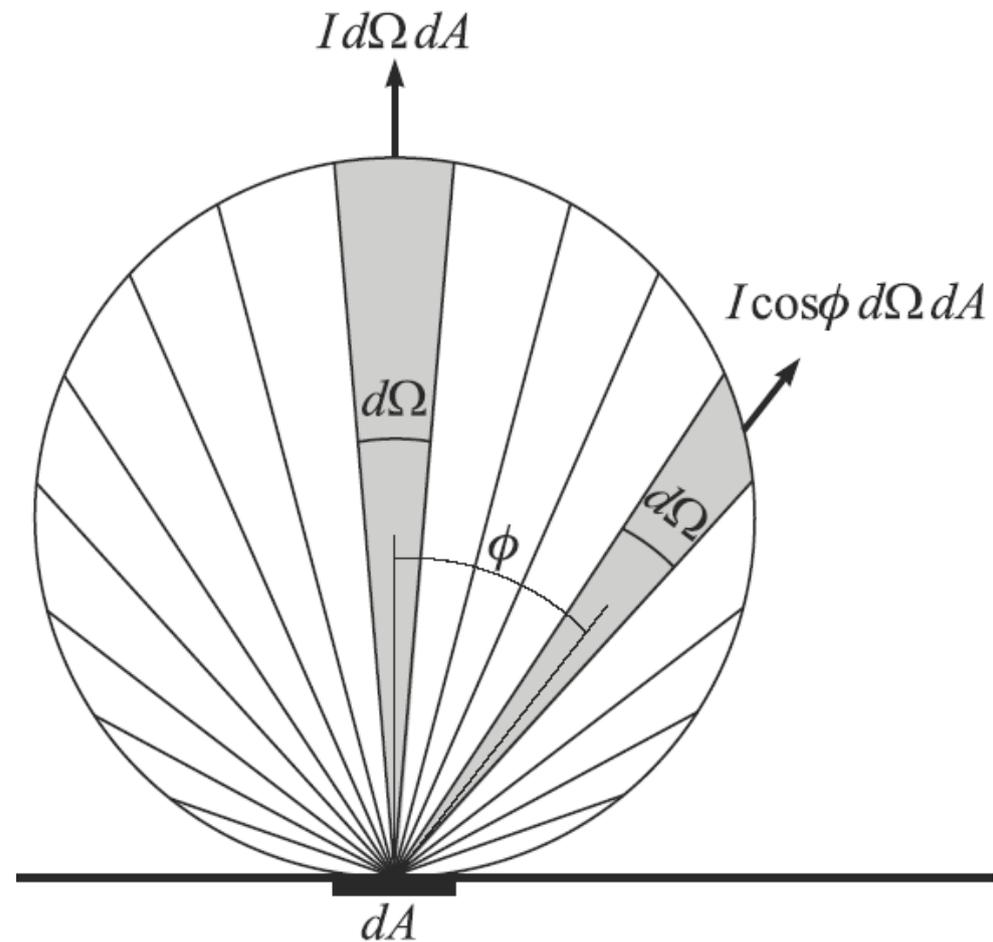
- Materiali molto opachi (es. gesso e legno) hanno una superficie che, a livello microscopico, ha piccole sfaccettature che riflettono la luce in una direzione casuale





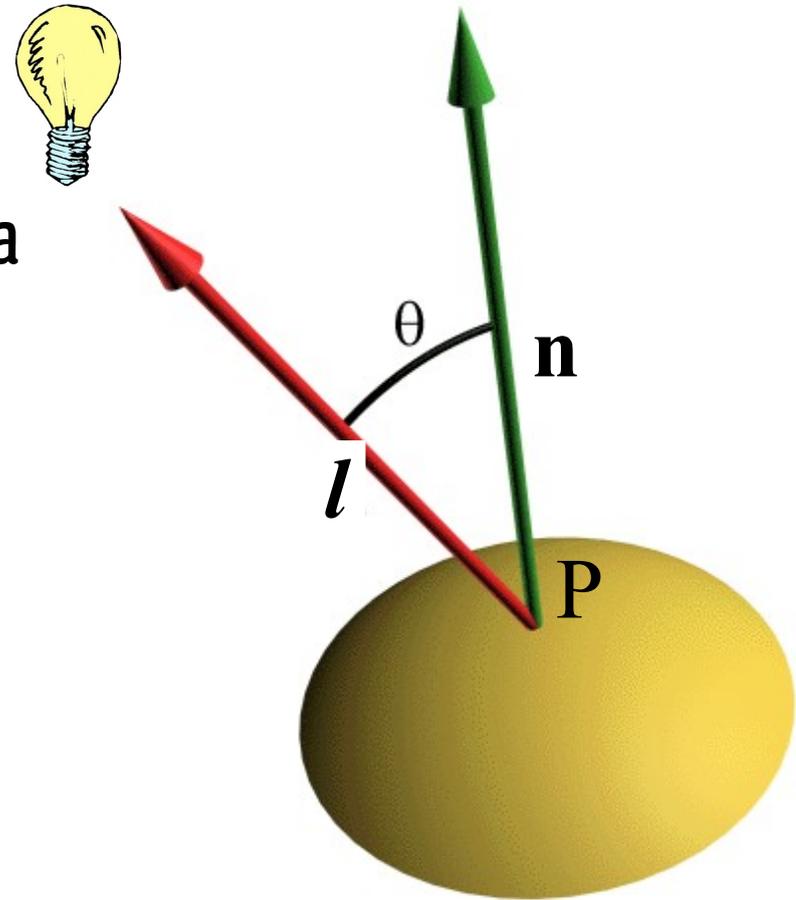
# Legge di Lambert

- Integrando su scala macroscopica: la luce si riflette uniformemente verso tutte le direzioni, con intensità proporzionale al rapporto tra la direzione del raggio incidente e la normale alla superficie in quel punto

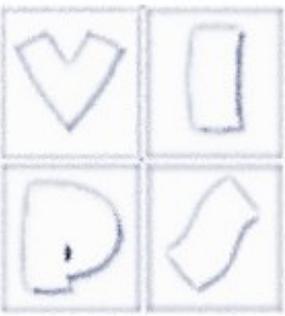


# Modellazione della riflessione diffusa

- Sorgenti luminose puntiformi:
  - posizione nella scena
  - intensità della luce emessa
- Dipendenza solo dall'angolo tra la direzione della luce vista da P , ovvero  $l$  e la normale in P , che indichiamo con  $n$  e supponiamo di norma unitaria.
  - $\cos(\theta) = l \bullet n$

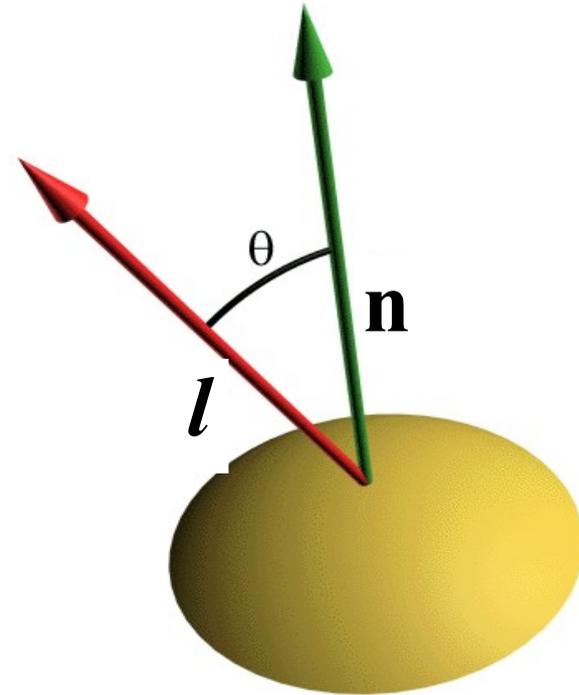


# Componente diffusiva



- Si approssima la funzione di riflessione diffusa della superficie come una costante  $k_d$  dipendente dal materiale
- Equazione di illuminazione (solo diffusiva)

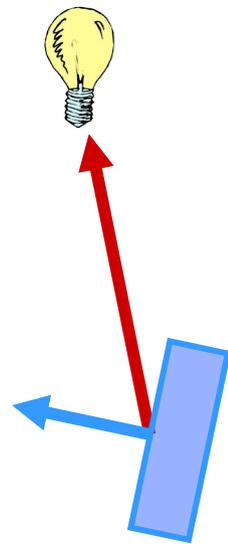
$$I_d^{out} = I k_d \cos \theta = I k_d (\mathbf{n} \cdot \mathbf{l})$$



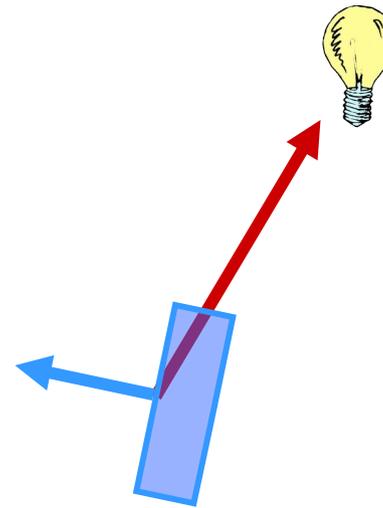
- Simula il comportamento di alcuni materiali (per esempio il gesso, o il coccio) i quali riflettono la luce che ricevono in maniera uniforme in tutte le direzioni

# Componente diffusiva

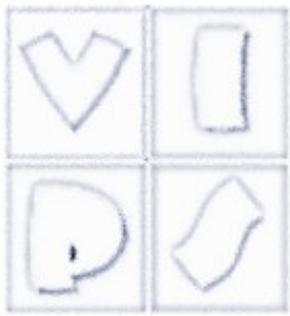
Si considera solo per valori di  $\theta$  compresi tra  $0$  e  $\pi/2$



**OK**

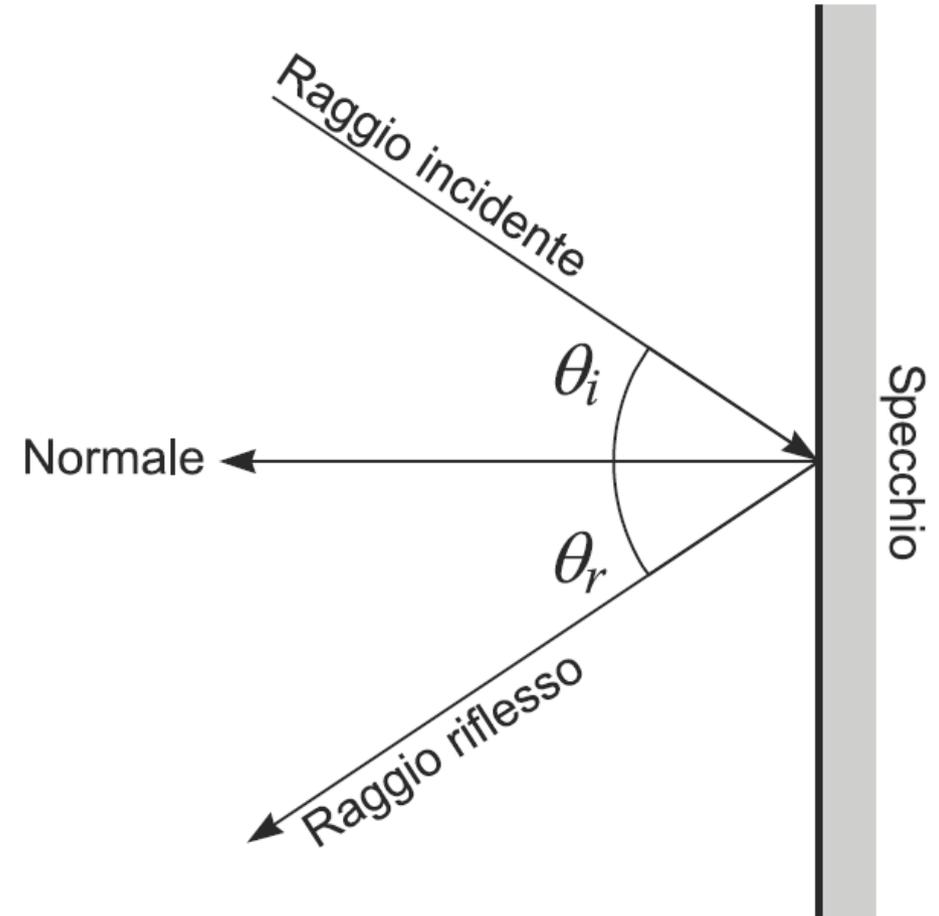


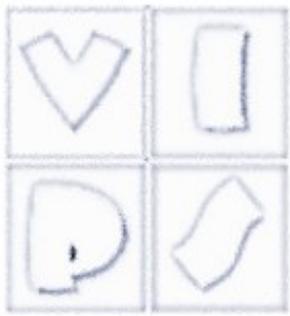
**NO**



# Legge di Fresnel

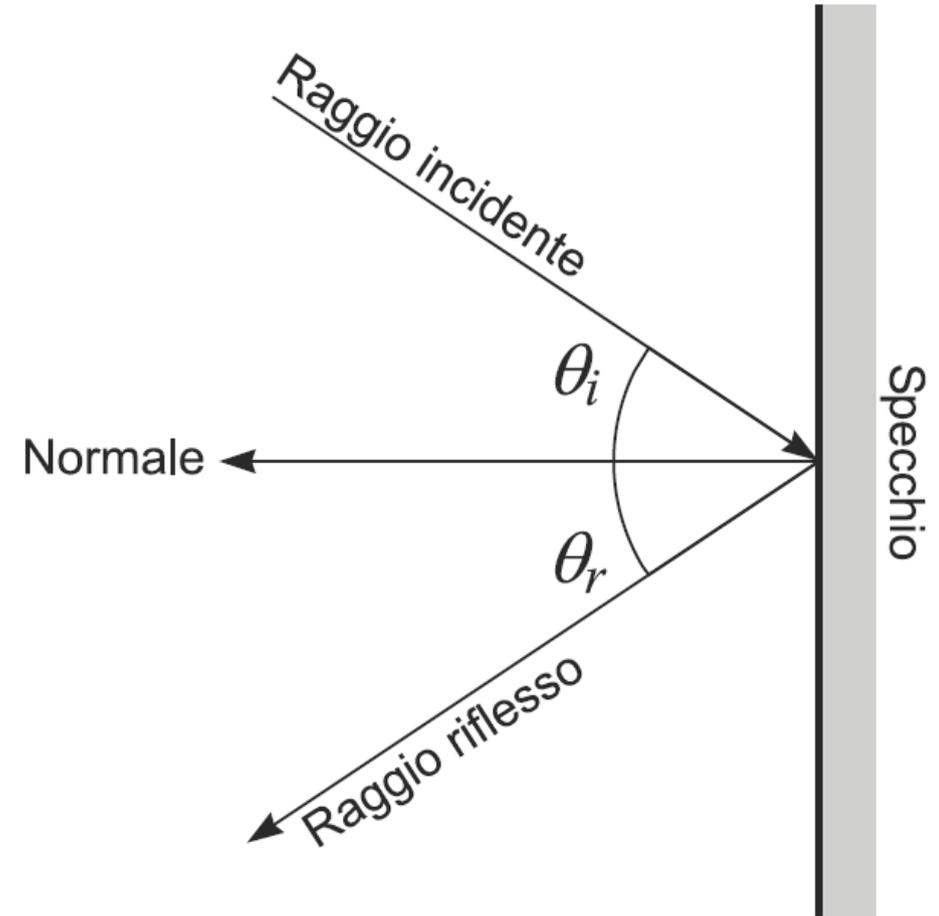
- Quando un raggio di luce passa da un mezzo ad un altro con diverso indice di rifrazione raggiunta la superficie di separazione parte del raggio viene riflessa e parte trasmessa
- La somma delle energie dei due raggi è uguale all'energia del raggio originale



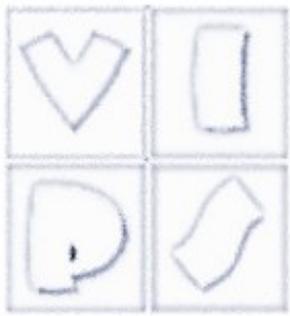


# Legge di Fresnel

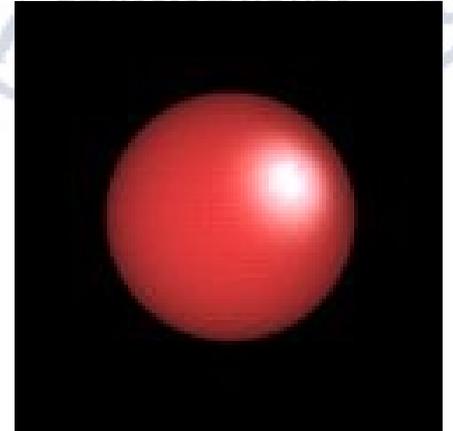
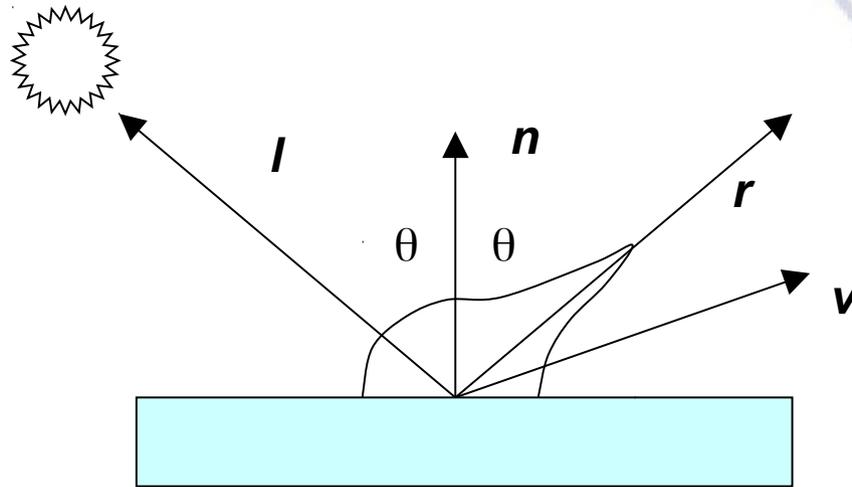
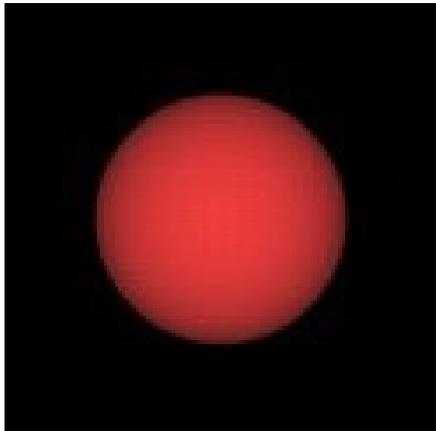
- Se da aria a corpo solido non c'è rifrazione si ha solo riflessione
- L'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione
- Vale per materiali molto lisci e lucidi



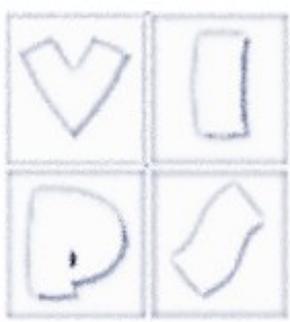
# Riflessione speculare



- Novità sostanziale: **riflettore non perfetto**

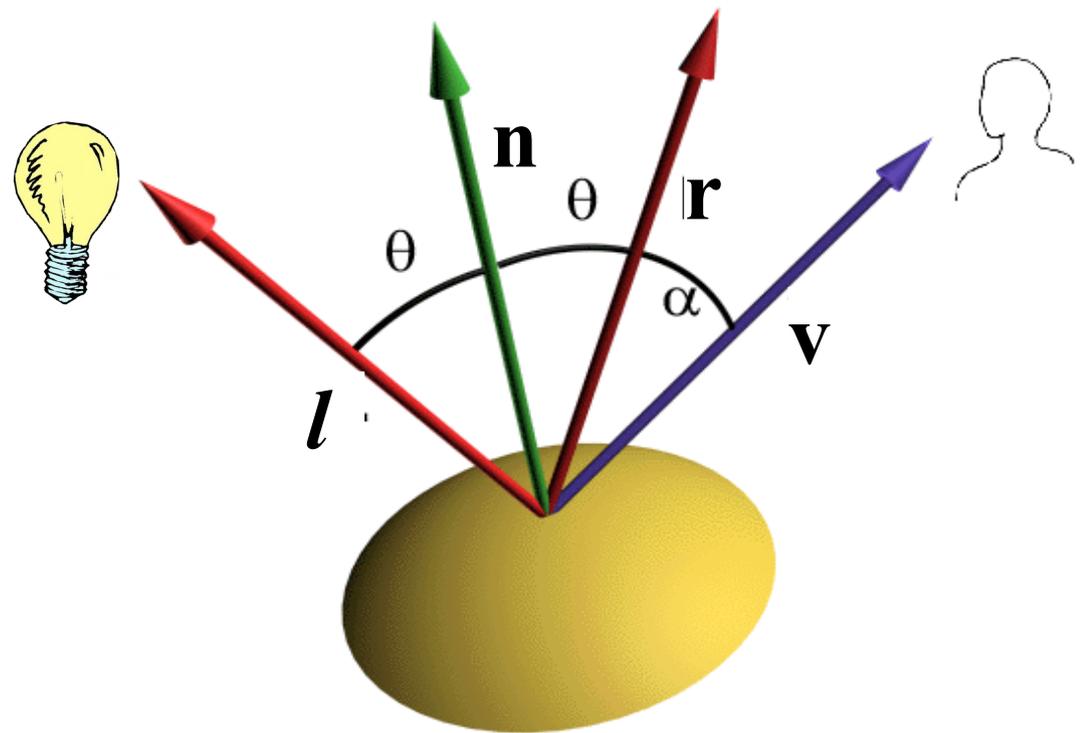


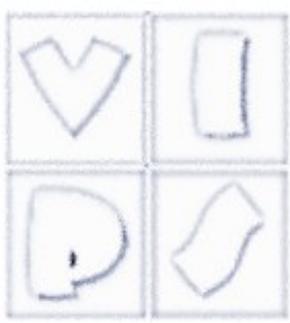
- Approssimazione empirica di una riflessione più realistica rispetto alla legge di Fresnel
- Conseguenza: **specular highlight**. Simula superfici lucide in generale



# Modellazione della riflessione speculare

- Dipendenza dall'angolo  $\alpha$  compreso tra la direzione di riflessione ideale e la direzione di vista
- Riflessione massima per  $\alpha = 0$
- Decadimento più o meno rapido all'aumentare di  $\alpha$



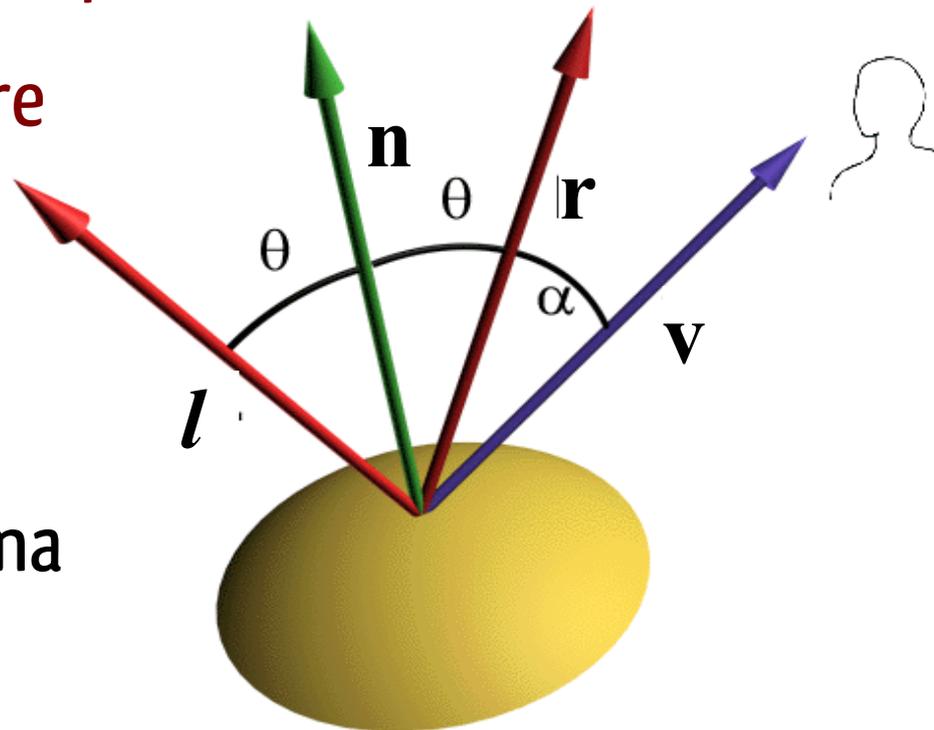


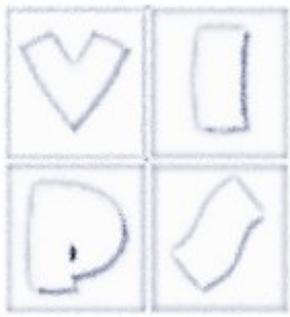
# Modellazione della riflessione speculare

- Phong (1975) introduce il seguente modello empirico per la componente speculare

$$I_s^{out} = I k_s (\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^n$$

- ove  $k_s$  è il **coefficiente di riflessione speculare**
- e  $n$  l'**esponente di riflessione speculare** del materiale.
- $n$  modula la **lucidità della superficie**.
- Per  $n$  che tende ad infinito si ha una **riflessione speculare perfetta**.



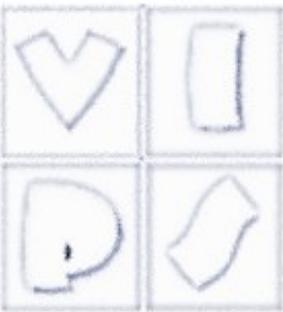


# Modellazione della riflessione speculare

- La formulazione di Blinn (1977) è leggermente diversa:

$$I_s^{out} = I k_s (\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n \quad \text{dove } \mathbf{h} = \frac{\mathbf{l} + \mathbf{v}}{\|\mathbf{l} + \mathbf{v}\|}$$

- $\mathbf{h}$  è detto “halfway vector”, ed è il vettore che biseca l’angolo formato da  $\mathbf{l}$  e  $\mathbf{v}$ .
- Il vantaggio della formulazione di Phong-Blinn è che gestisce bene il caso in cui l’angolo tra  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{v}$  sia  $> \pi/2$ 
  - l’angolo tra  $\mathbf{n}$  ed  $\mathbf{h}$  non è lo stesso che c’è tra  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{v}$ : lo stesso esponente non produce lo stesso effetto.
- entrambi sono modelli empirici, privi di significato fisico, che hanno il merito di simulare credibilmente superfici lucide.

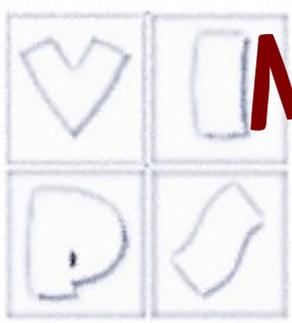


# Componente ambientale

- Le inter-riflessioni tra oggetti diversi nella scena non sono trattate nel modello di Phong
- Effetto parzialmente simulato da una componente “ambientale”:

$$I^{\text{out}} = I_a k_a$$

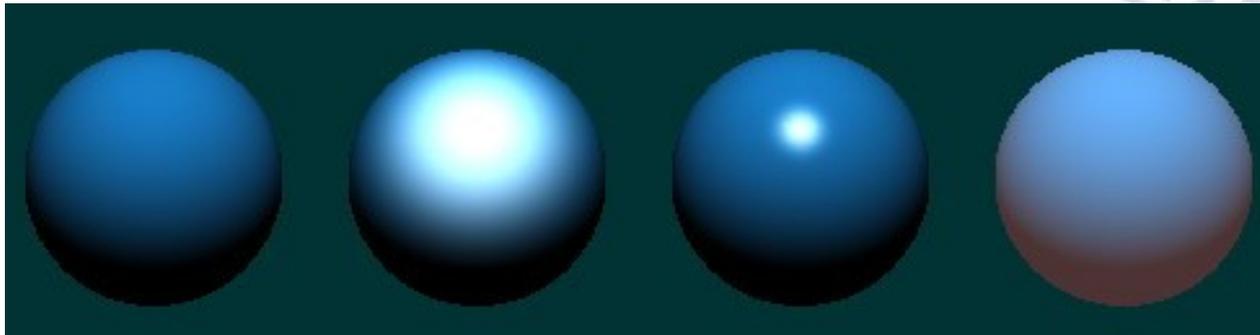
- $I_a$  modella la radiazione luminosa totale emessa nella scena
- $k_a$  modella la riflettività del materiale
- $I_a$  è costante per tutti i punti di tutti gli oggetti



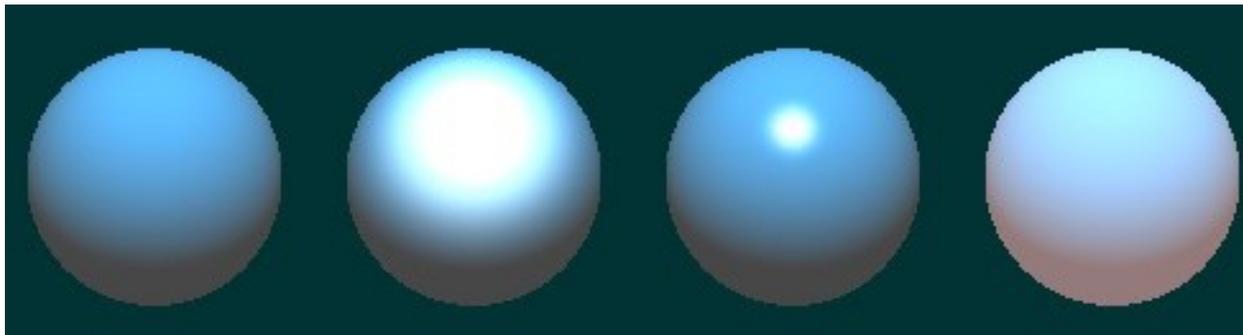
# Modellazione della componente ambientale

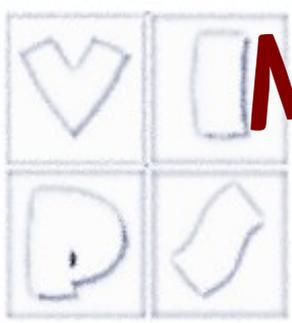
- La componente ambientale aggiunge realismo alla scena

Senza



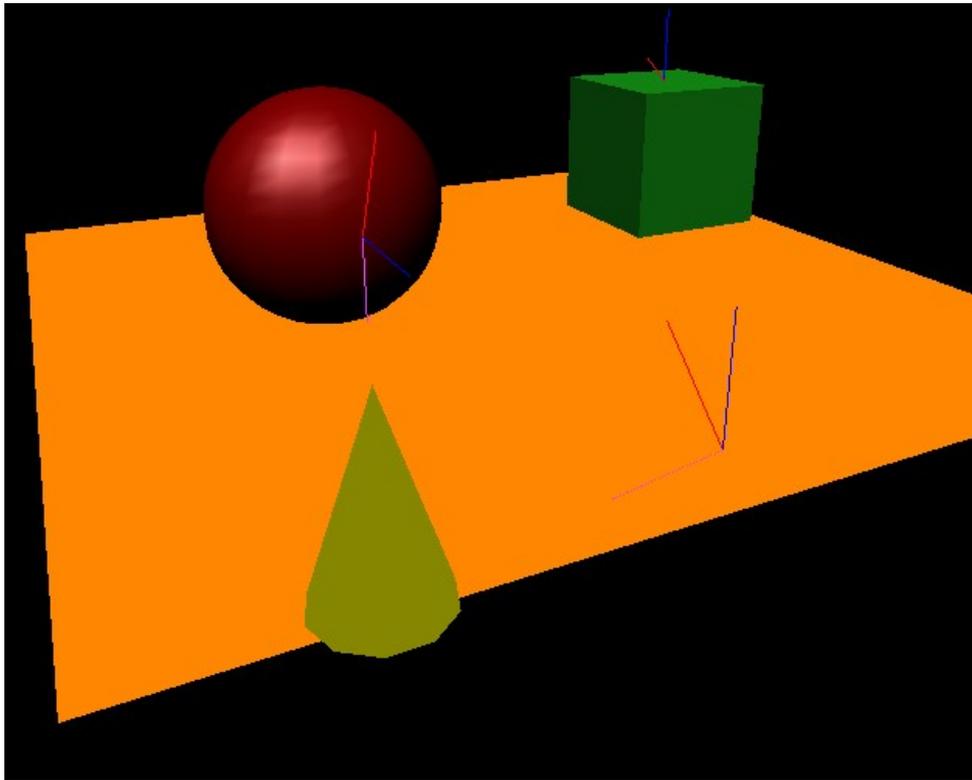
Con



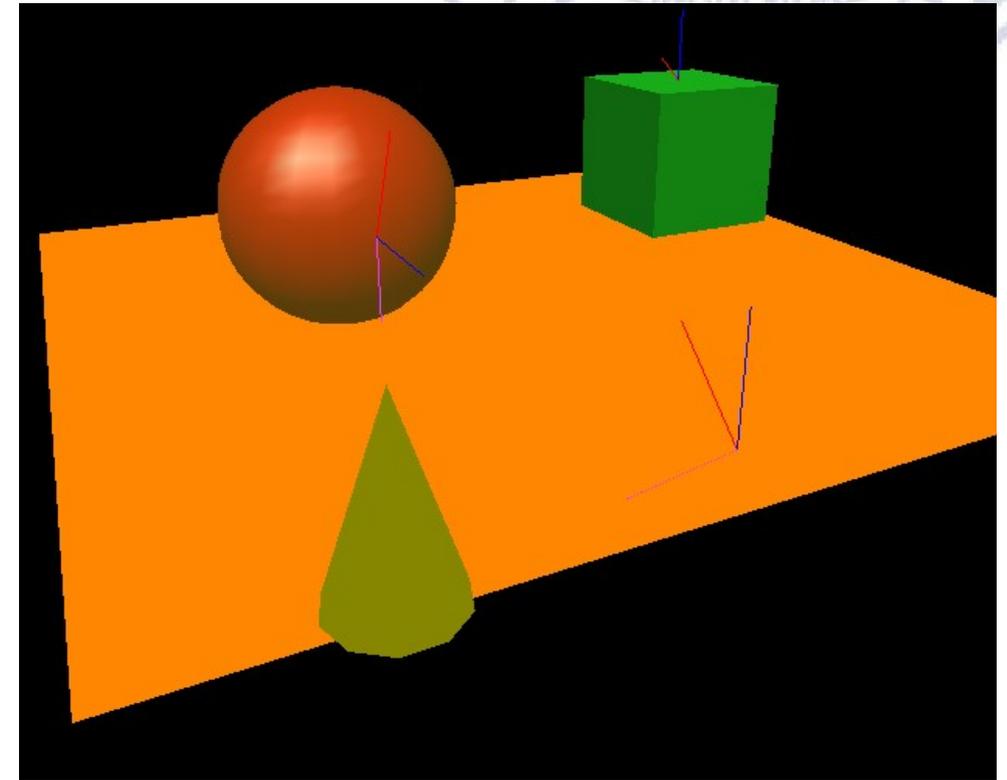


# Modellazione della componente ambientale

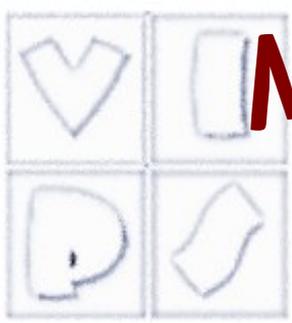
- La componente ambientale aggiunge realismo alla scena



Senza

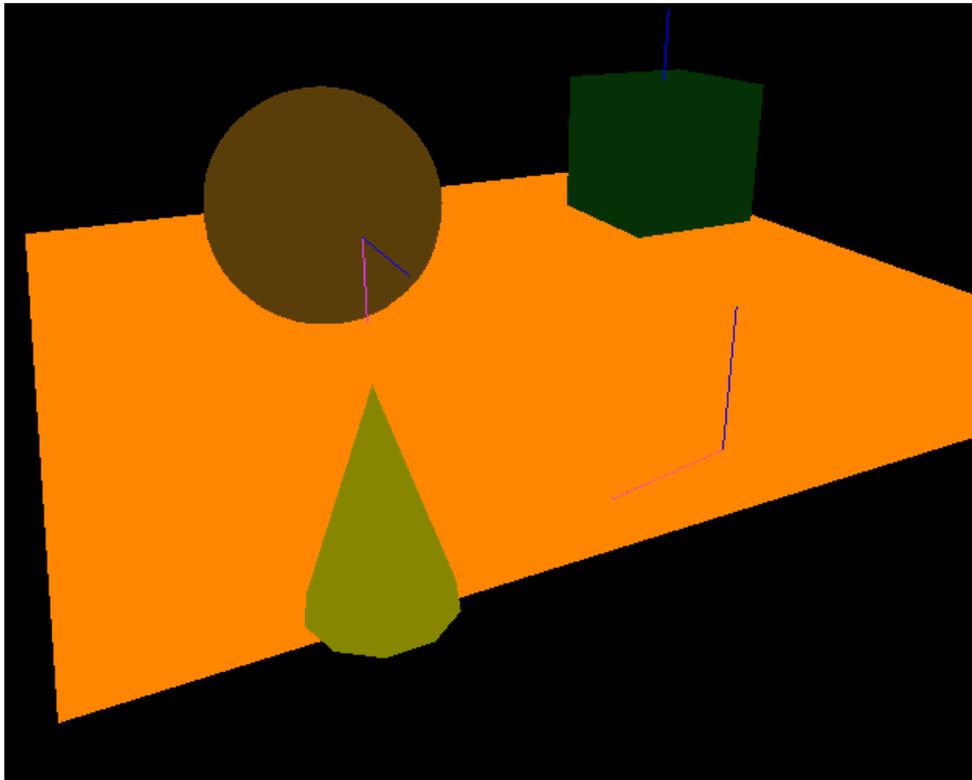


Con

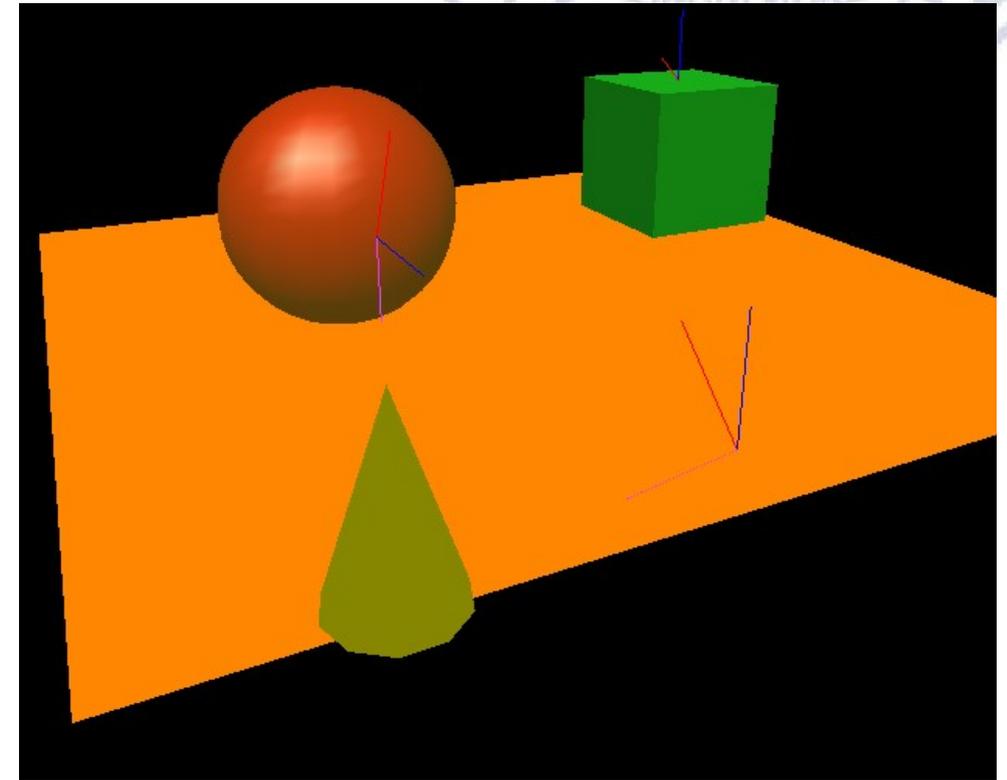


# Modellazione della componente ambientale

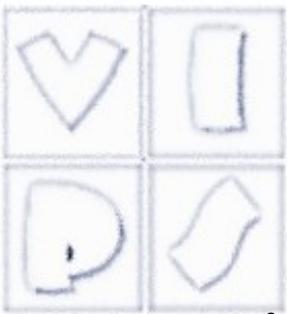
- Ma da sola non basta!



Solo ambientale



Con riflessioni



# Mettere tutto insieme

- Tutti i contributi descritti si vanno a sommare per calcolare l'illuminazione

$$I^{out} = I_a k_a + I (k_d(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}) + k_s(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n)$$

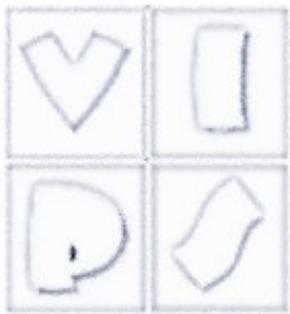
- Se si stanno considerando i colori, allora sia le intensità della luce che i coefficienti del materiale vanno definiti per ogni componente (r,g,b)

$$I^{r,out} = I_a^r k_a^r + I^r (k_d^r(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}) + k_s^r(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n)$$

$$I^{g,out} = I_a^g k_a^g + I^g (k_d^g(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}) + k_s^g(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n)$$

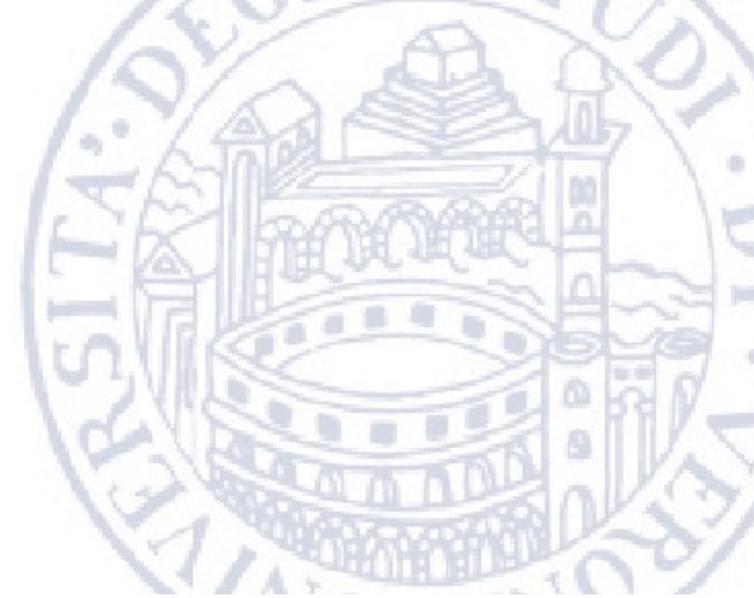
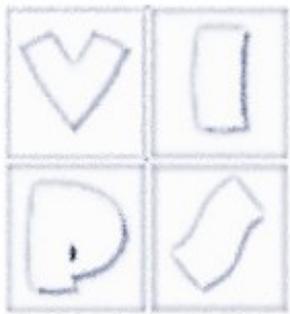
$$I^{b,out} = I_a^b k_a^b + I^b (k_d^b(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}) + k_s^b(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n)$$

- I coefficienti di diffusione e ambientali di solito sono uguali
  - La superficie appare del colore specificato dalla terna di coefficienti quando illuminata da luce bianca.
  - Le riflessioni speculari (highlights) invece sono di solito del colore



# Note

- Si parla di modello di Phong, anche se, a rigore, il contributo di Phong riguarda il solo termine speculare.
- Nella forma più generale, prevede tre componenti separate: luce speculare  $I^s$  (riflessa specularmente dalle superfici), luce diffusa  $I^d$  (diffusa dalle superfici), e luce ambientale  $I^a$
- Nella trattazione sopra abbiamo assunto  $I^s = I^d = I$ .
- Il fatto che una sorgente di luce non emetta luce e basta, ma luce di tre tipi diversi non ha un significato fisico, ma può servire a rendere il modello più flessibile (per simulare effetti globali). Per esempio, la luce ambientale la potrà in generale avere un colore diverso dalla  $I$ , rendendo magari più realistico l'effetto della mutua illuminazione tra le superfici: in una stanza con le pareti rosse, la luce ambientale è rossa
- Inoltre, la luce ambientale è associata ad ogni sorgente e non è un termine globale unico, così quando una luce viene spenta (o accesa) l'illuminazione ambientale diminuisce (o aumenta)



(1) Ambientale

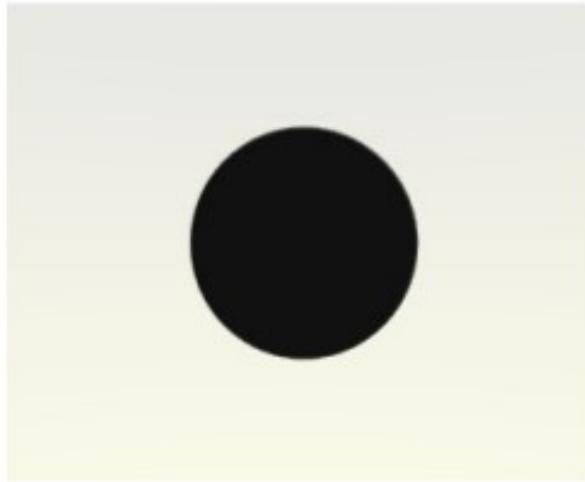
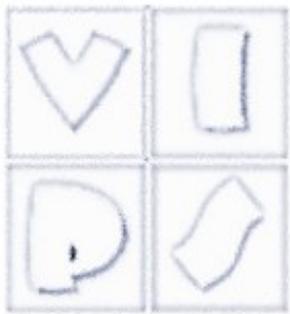


(2) Ambientale + Diffusa

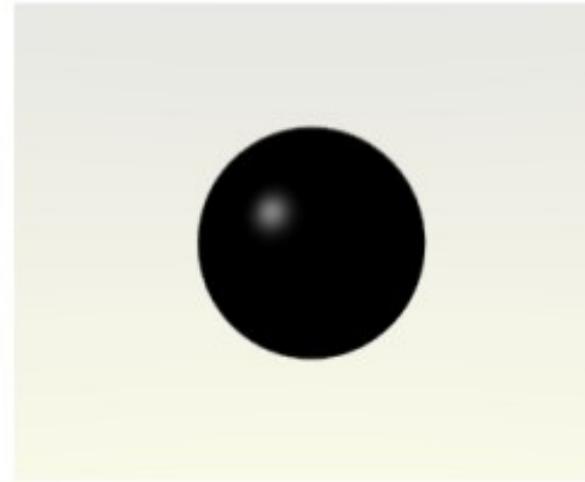


(3) Ambientale + Diffusa + Speculare

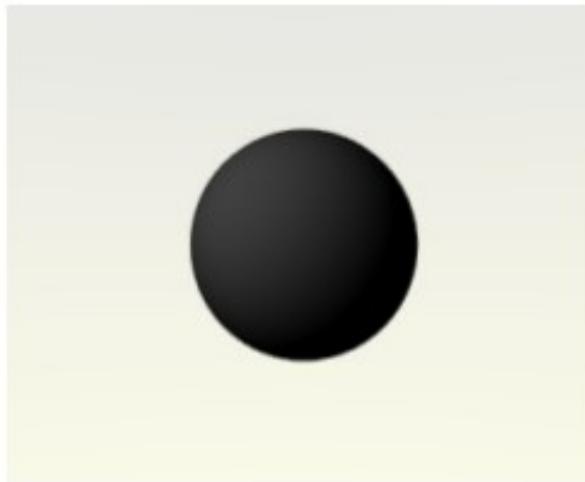
©Alan Watt



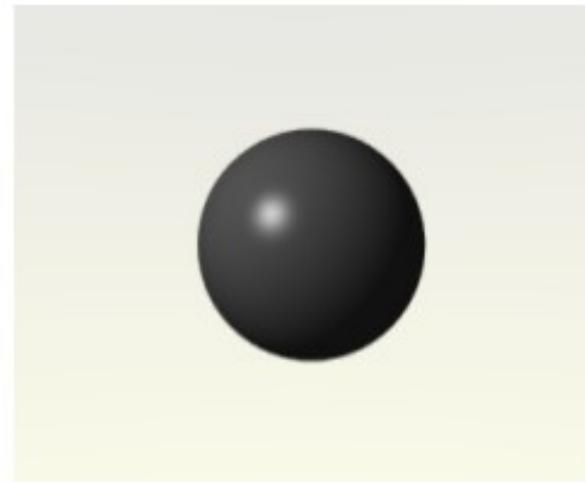
(4) Ambientale



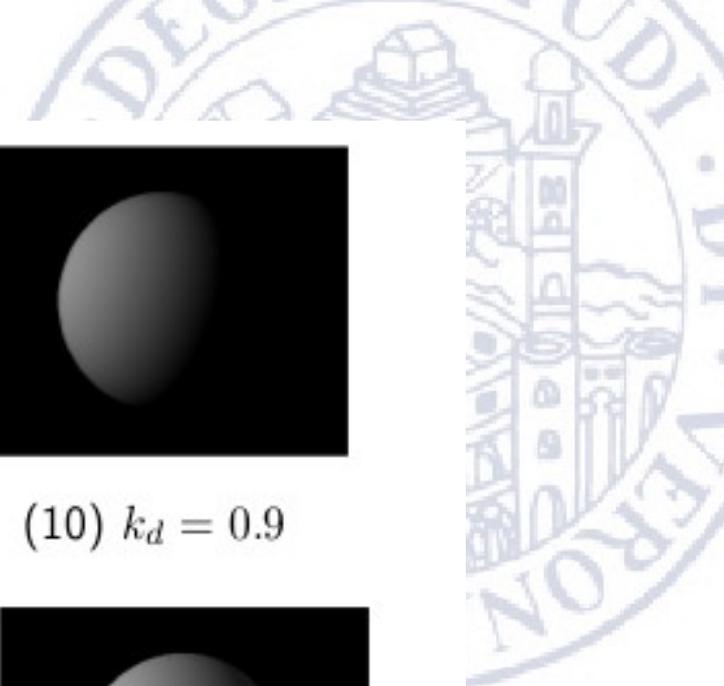
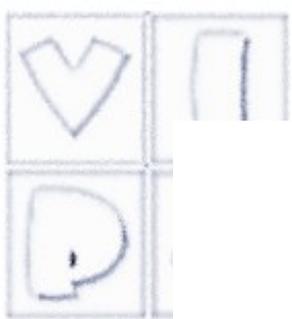
(5) Speculare



(6) Diffusa



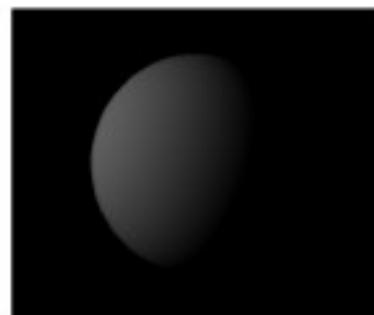
(7) Totale



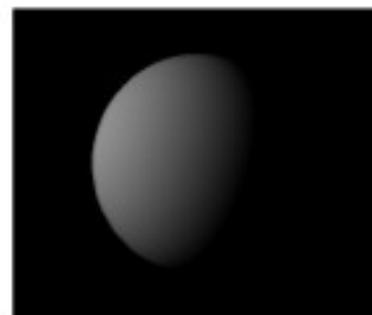
$I_a = 0$



(8)  $k_d = 0.3$



(9)  $k_d = 0.6$



(10)  $k_d = 0.9$

$I_a = 0.1$



(11)  $k_d = 0.3$



(12)  $k_d = 0.6$

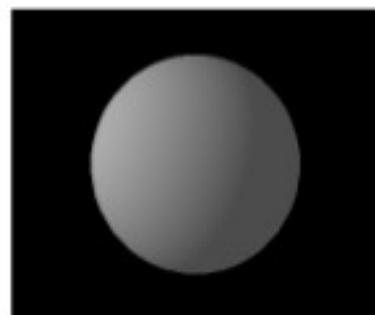


(13)  $k_d = 0.9$

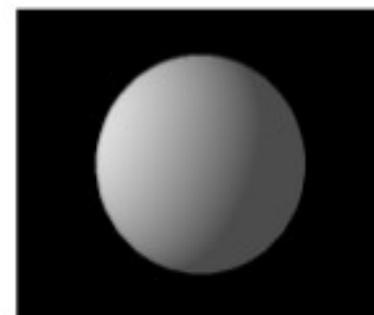
$I_a = 0.3$



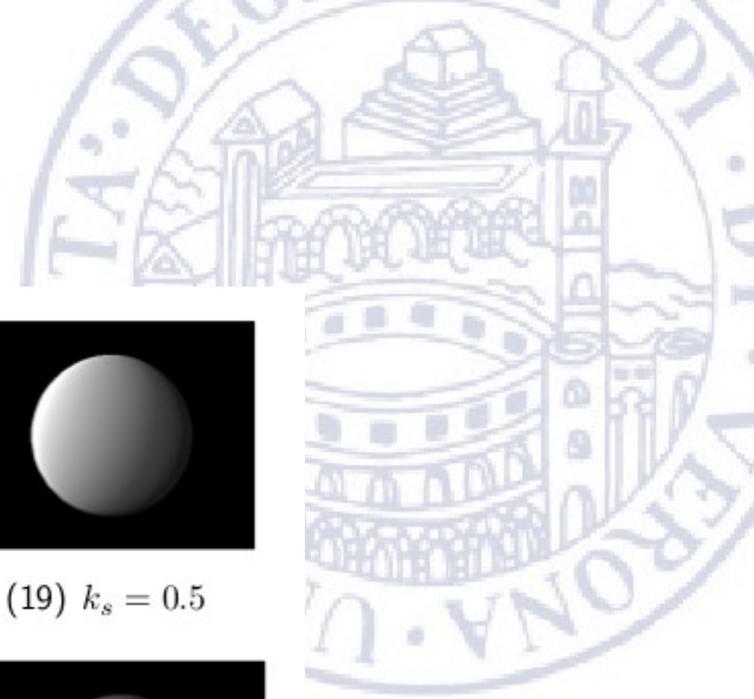
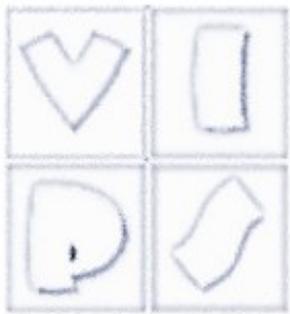
(14)  $k_d = 0.3$



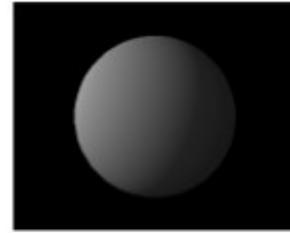
(15)  $k_d = 0.6$



(16)  $k_d = 0.9$



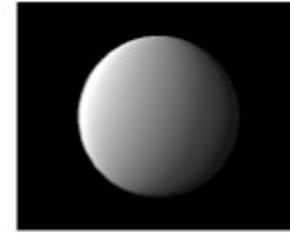
$n = 1$



(17)  $k_s = 0.1$

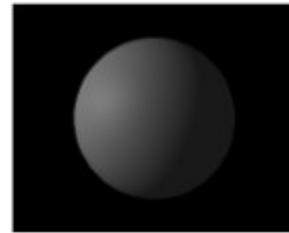


(18)  $k_s = 0.25$

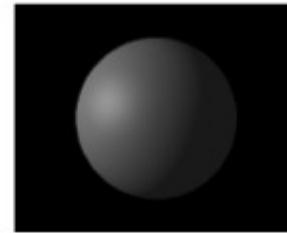


(19)  $k_s = 0.5$

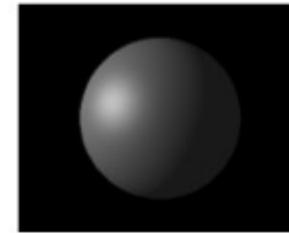
$n = 20$



(20)  $k_s = 0.1$

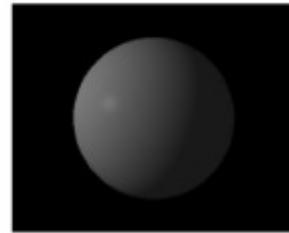


(21)  $k_s = 0.25$

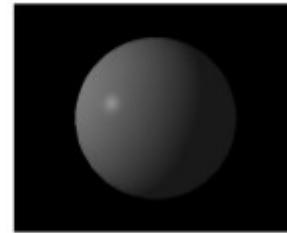


(22)  $k_s = 0.5$

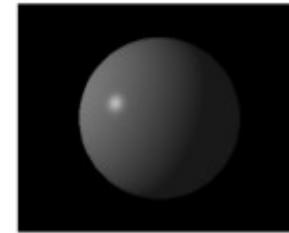
$n = 200$



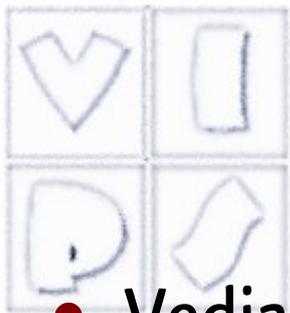
(23)  $k_s = 0.1$



(24)  $k_s = 0.25$



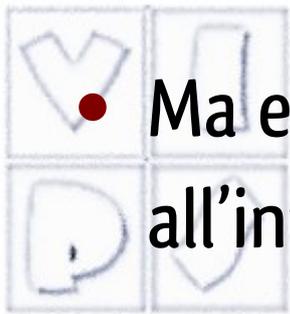
(25)  $k_s = 0.5$



# BRDF di Phong

- Vediamo come connettere il modello locale di Phong con l'equazione della radianza, per capire che tipo di approssimazioni sono state fatte.
- Abbiamo introdotto le sorgenti di luce puntuali, che sono distinte dagli oggetti della scena, dunque per tutte le superfici della scena  $L_e = 0$ .
- Per determinare la “intensità” di un punto si deve calcolarne la radianza uscente nella direzione  $\omega$  che lo unisce al COP:
- Dobbiamo quindi calcolare:

$$L(x, \omega) = \int_{\Omega} L(x, \omega_i) \rho(x, \omega_i, \omega) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$



- Ma esiste una sola direzione lungo la quale il contributo all'integrale è diverso da zero: la direzione  $\omega_L$  che punta alla sorgente luminosa. Otteniamo dunque:

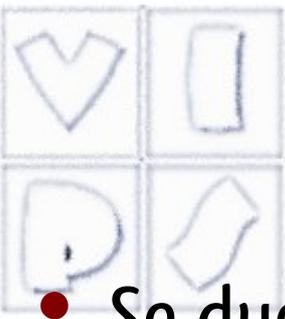
$$L(x, \omega) = L(x, \omega_L) \rho(x, \omega_L, \omega) (\omega_L \cdot \mathbf{n}) d\omega$$

- Confrontando con il modello di Phong (senza il termine ambientale)

$$I^{out} = I \left( k_d + k_s \frac{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n}{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l})} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{l})$$

- e confondendo la radianza uscente  $L(\mathbf{x}, \omega)$  con la intensità  $I^{out}$  e l'irradianza  $L(\mathbf{x}, \omega_L) d\omega$  con  $I$  si vede che la BRDF di Phong è:

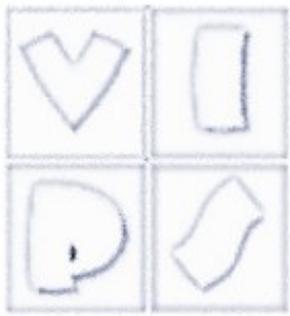
$$\rho(x, \omega_i, \omega_r) = k_d + k_s \frac{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n}{(\mathbf{n} \cdot \omega_i)} \quad \text{dove } \mathbf{h} = \frac{\omega_i + \omega_r}{\|\omega_i + \omega_r\|}$$



# Attenuazione

- Se due superfici distinte e parallele nella scena, costituite dallo stesso materiale, si sovrappongono nell'immagine, è impossibile distinguere dove finisce una e comincia l'altra, poiché avranno esattamente lo stesso colore, in base al modello locale.
- Per ottenere risultati più realistici, in genere si introduce un coefficiente di attenuazione della luce,  $f_{att}$ , che moltiplica la luce incidente  $I$ , per tener conto che l'intensità emessa da un punto che raggiunge una superficie decresce con l'inverso del quadrato della distanza:

$$f_{att} = \begin{cases} \frac{1}{c_1 + c_2 d_L + c_3 d_L^2} & \text{se } \frac{1}{c_1 + c_2 d_L + c_3 d_L^2} < 1 \\ 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$



# Emissione

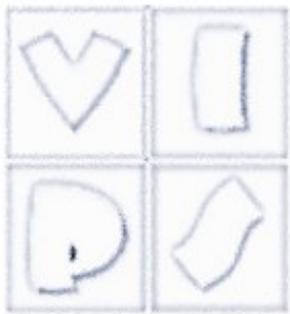
- Si può associare ad un oggetto una intensità di emissione le
- da aggiungere all'intensità calcolata con la formula di Phong.
- L'effetto di tale termine è che l'oggetto emette un proprio colore oltre alla luce riflessa dalla sorgente luminosa.
- Da notare che siccome stiamo lavorando con un modello locale, la luce emessa in questo modo da un oggetto influenza l'apparenza solo di quell'oggetto e non l'apparenza degli oggetti vicini (ovviamente poco realistico).
- Ovvero: un corpo emissivo non si comporta come una sorgente luminosa, in questo modello locale

# Modello più fisicamente motivato

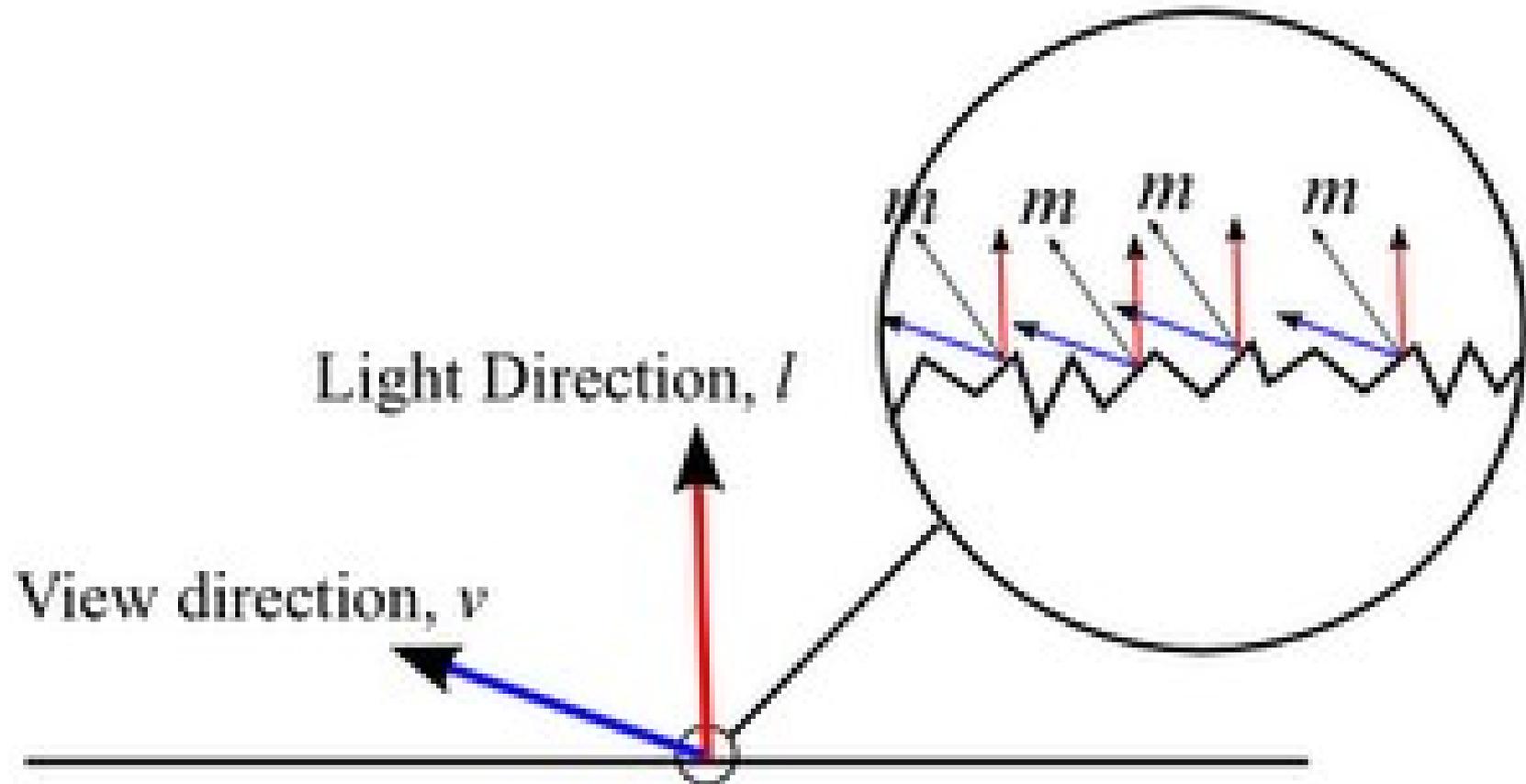
- Un modello maggiormente motivato dal punto di vista fisico potrebbe essere quello di Cook-Torrance
- basato sul modello microfacets della superficie, che descrive la superficie come formata da piccole facce disposte in modo variabile.
- Il modello di Cook-Torrance differisce da quello di Phong nella componente speculare.

$$I_s^{out} = I_s k_s \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}} FGD$$

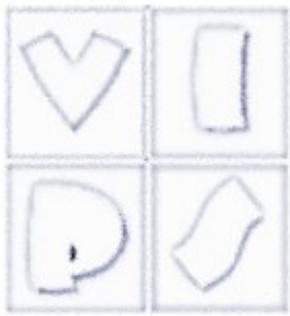
- dove  $D(\mathbf{l}, \mathbf{v})$  misura la frazione di microfacette orientate in modo da dare riflessione speculare da  $\mathbf{l}$  a  $\mathbf{v}$ ,  $G(\mathbf{l}, \mathbf{v})$  misura la diminuzione di luce riflessa a causa dell'occlusione da parte di altre microfacette,  $F(\mathbf{l}, \mathbf{v}, \lambda)$  è il coefficiente di Fresnel che fornisce la frazione di luce incidente che viene riflessa.



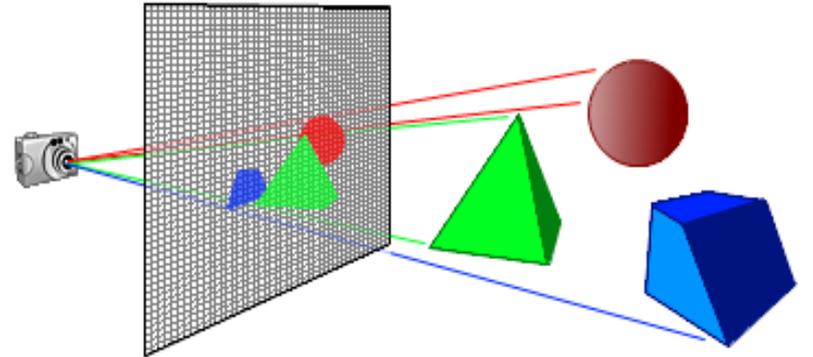
# Microfacets



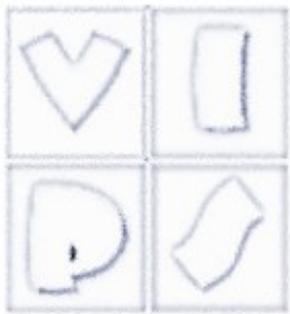
# Quindi: ray casting



- Dovendo assegnare un colore ad ogni pixel, consideriamo il raggio ottico uscente da ciascun pixel.



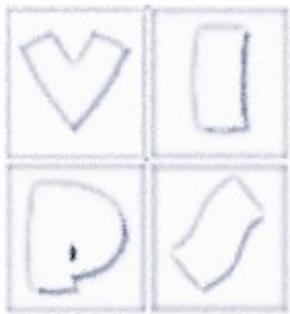
- Un raggio ottico è una semiretta uscente dal COP che interseca il piano vista.
  - Se il raggio non interseca alcun oggetto della scena allora gli assegno il colore di sfondo.
  - Se il raggio interseca un oggetto, allora devo calcolare l'illuminazione  $I_{out}$  (il colore) nel punto di intersezione ed assegnarlo al pixel.
  - Per calcolare il colore applico il modello locale (di Phong).
  - Computazionalmente pesante trovare le intersezioni raggio-oggetti.
  - Si possono facilmente aggiungere le ombre tracciando il raggio che connette il punto d'intersezione con la sorgente luminosa (shadow ray): se esso interseca qualche oggetto allora il punto è in ombra.



# Calcolo delle intersezioni

- Si può fare con tutti i tipi di primitiva (e di modelli) visti
- Sfere, piani, poligoni, poliedri
- Computazionalmente pesante
  - Si possono usare strutture dati per semplificare il problema
  - Es. strutture dati gerarchiche, volumi di contenimento, octrees, kd trees

# Intersezione retta piano



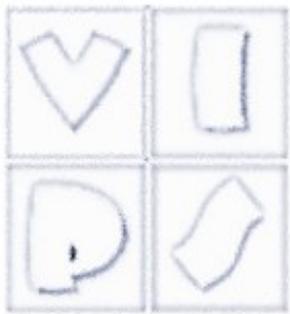
- L'eventuale punto di intersezione tra la retta  $P = Q + tv$  ed il piano  $(O - P) \cdot \mathbf{u} = 0$  deve soddisfare l'equazione:

$$(O - Q - tv) \cdot \mathbf{u} = 0$$

- Dunque si ottiene per  $t_0$  la seguente soluzione

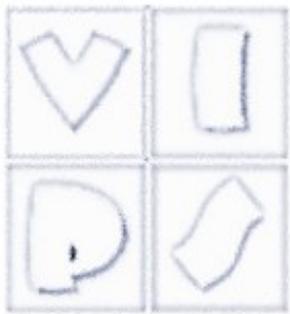
$$t_0 = (O - Q) \cdot \mathbf{u} / \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$$

- che ha senso se  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \neq 0$ .
  - Infatti se  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$  la retta è parallela al piano (e non lo interseca).



# Intersezione retta-poligono

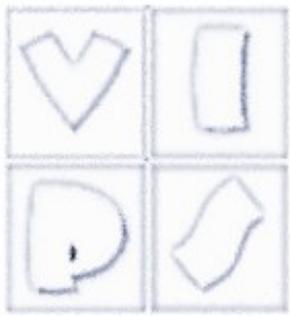
- Per prima cosa si fa un test per vedere se la retta interseca il piano contenente il poligono.
- Quest'ultimo è descrivibile semplicemente da uno dei vertici del poligono e dalla normale a questo
- Se la retta non interseca tale piano allora sicuramente non interseca nemmeno il poligono.
- Nel caso di intersezione bisogna determinare se il punto di intersezione giace o meno nel poligono.
- Assumiamo che il poligono  $P$  sia convesso. In tal caso un punto  $R$  giace all'interno di  $P$  se e solo se  $R$  si trova nel semipiano sinistro di tutte le rette orientate che contengono gli spigoli (la retta orientata da  $P_i$  a  $P_{i+1} \forall i = 1 \dots n$ ).
  - Esercizio: trovare un modo per verificare che  $R$  giace a sinistra della retta orientata  $PQ$



# Riduzione della complessità

- Implementare un ray-tracer elementare è molto semplice.
  - Basta controllare l'intersezione di ciascun raggio con ogni primitiva (triangolo). Questo ha un costo lineare nel numero delle primitive ed è praticabile solo per modelli semplici.
- Per raggiungere costo sub-lineare sono necessarie strutture di indicizzazione spaziale, che consentano di limitare a-priori (senza fare il test) il numero delle primitive per le quali il test di intersezione viene effettuato.
- Queste tecniche di sfoltimento si chiamano anche pruning, culling o broad phase (contrapposto al narrow phase dove invece si calcolano le intersezioni (con test stringenti)).
- Tipicamente si considerano oggetti convessi. Se non lo sono, si spezzano in parti convesse.

# Volumi di contenimento

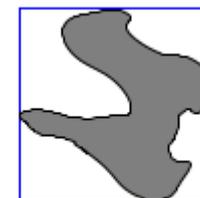


- Si racchiudono gli oggetti in solidi (“volumi”) che li contengono (bounding volume), con i quali sia facile testare l’intersezione: se non c’è intersezione con il bounding volume non c’è intersezione con l’oggetto racchiuso.
  - Questo non rende sub-lineare la complessità della ricerca delle intersezioni, ma semplifica le operazioni, e dunque sortisce nella pratica un miglioramento dei tempi.
- Tipici volumi di contenimento sono sfere, parallelepipedi con i lati paralleli agli assi cartesiani (AABB, da axis aligned bounding box), oppure parallelepipedi generici (OBB, da oriented bounding box)

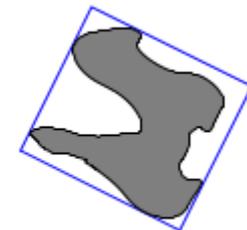


G

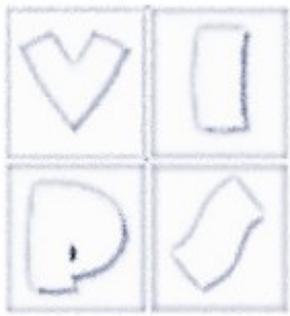
Sphere



AABB

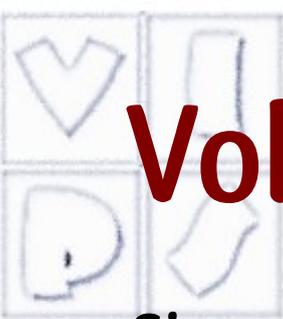


OBB



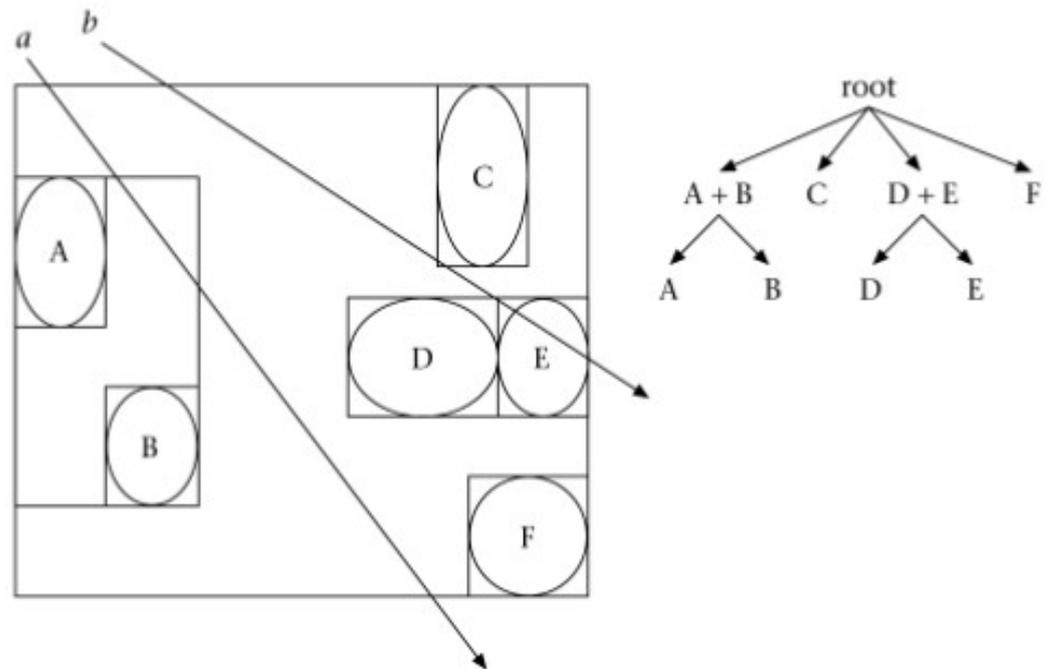
# Partizionamento spaziale

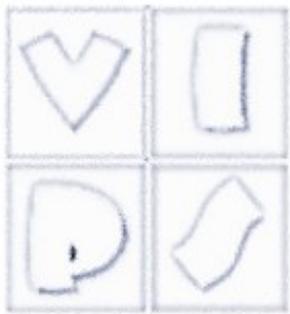
- Si suddivide lo spazio in celle, tipicamente cubiche (come una voxelizzazione grossolana).
- Si visitano le celle intersecate dal raggio (come Bresenham) e solo le primitive contenute in tali celle sono intersecati con il raggio.



# Volumi di contenimento gerarchici

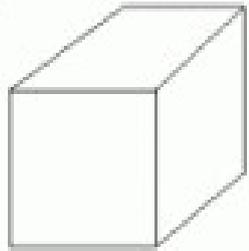
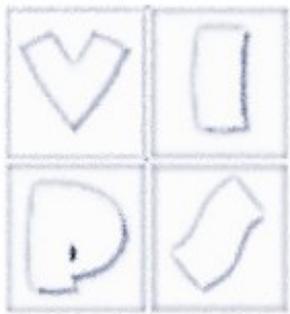
- Si costruisce una gerarchia di volumi di contenimento, dove al livello più alto si ha un volume che racchiude tutta la scena, ed al livello più basso si hanno volumi di contenimento per i singoli oggetti (o per un numero prefissato di primitive).
- E' una struttura organizzata bottom-up.
- E' stata introdotta proprio per il ray tracing



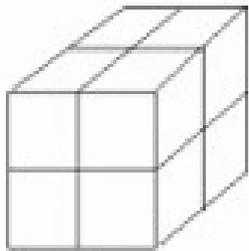


# Octree

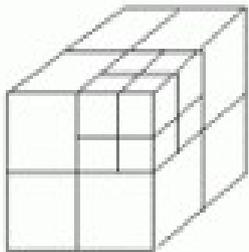
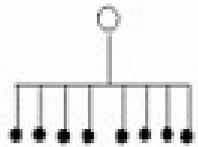
- La costruzione dell'Octree avviene come di consueto: una cella viene suddivisa ricorsivamente fino a che non contiene un numero prefissato di primitive.
- L'attraversamento (sequenziale) avviene nel seguente modo:
  - Interseca il raggio con il cubo che racchiude tutta la scena (nodo radice) e trova un punto P sul raggio "leggermente" all'interno.
  - Visita l'albero per scoprire a quale cella (foglia) appartiene P.
  - Interseca il raggio con le facce della cella per trovare la faccia di uscita.
  - La prossima cella è quella adiacente alla faccia di uscita.
- Come nel caso della partizione uniforme, solo le primitive contenute nelle celle visitate sono intersecati con il raggio.
  - Il vantaggio è che la divisione si adatta agli oggetti della scena invece di essere fissa ed uniforme



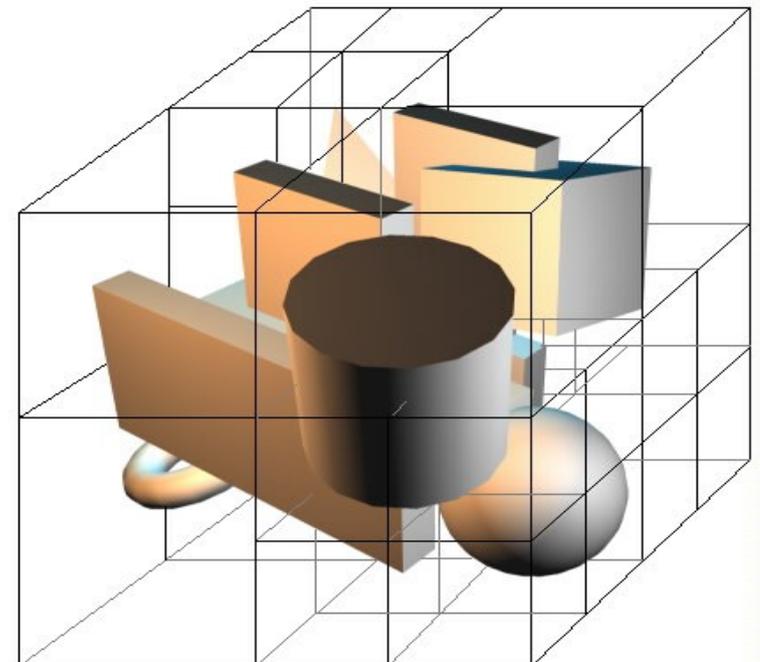
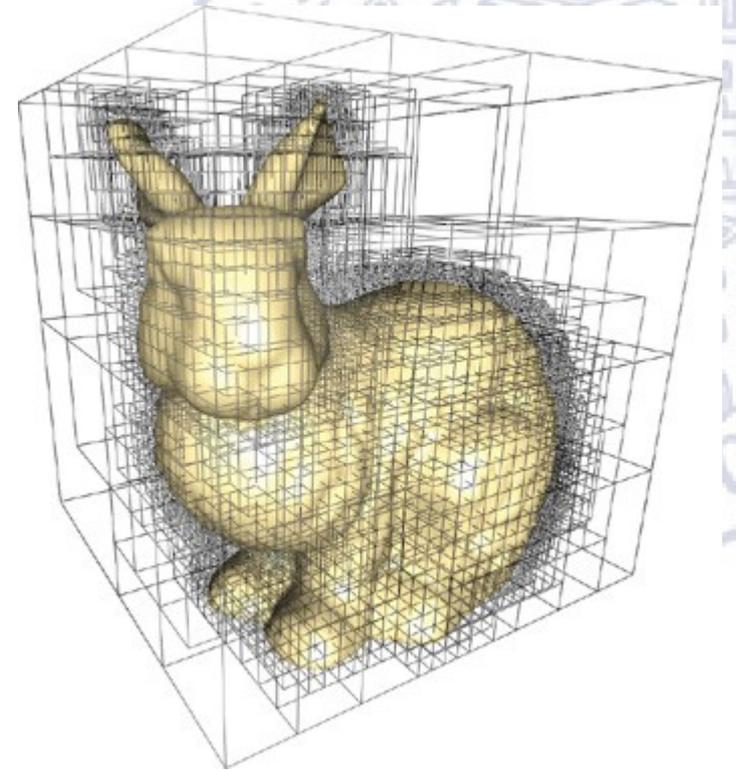
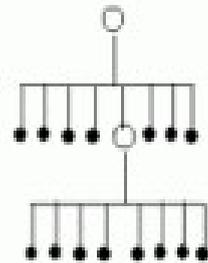
Radice¶

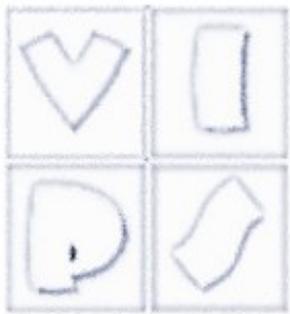


Livello 1¶



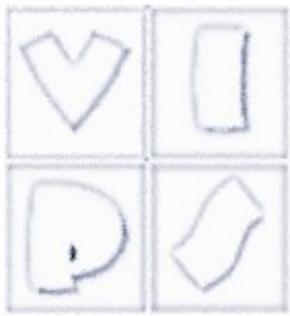
Livello 2¶





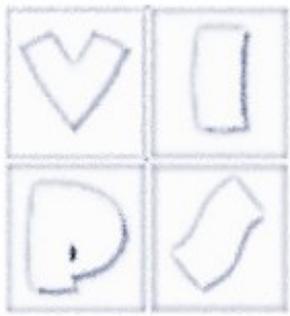
# KD-Tree

- La costruzione avviene in modo che ogni piano divida a metà il numero di oggetti rimanenti.
- L'attraversamento può avvenire in modo sequenziale (come quello visto per l'Octree) oppure in modo ricorsivo, sfruttando la struttura dell'albero. Vediamo quest'ultimo.  
Il raggio viene intersecato ricorsivamente con le regioni definite dall'albero. Visitando l'albero, il raggio viene intersecato con la regione corrente e ricorsivamente suddiviso in intervalli. Solo gli oggetti contenuti nelle foglie che alla fine intersecano un intervallo di raggio sono controllati.



# Rasterization

- Proietto i triangoli sul piano immagine
- Ricavo materiali e normali dal modello
- Calcolo il colore con il modello locale sui vertici
- Interpolo sui pixel sovrapposti al triangolo
- Devo decidere se il triangolo è visibile o non visibile, se è visibile copio effettivamente il colore sull'immagine
- Vedremo tutto, sembra complicato, ma la grafica “standard” 3D funziona così...

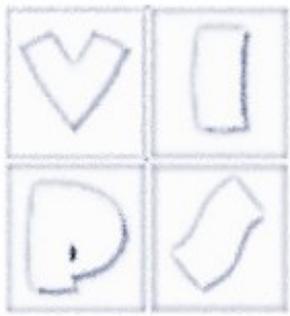


# Scene

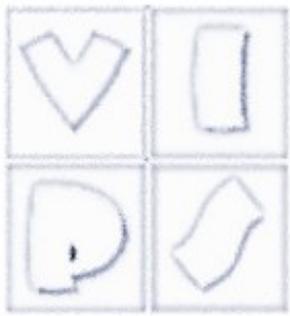
- Per fare il rendering
- Creiamo i modelli degli oggetti
- Li trasformiamo geometricamente e disponiamo nella scena
- Definiamo la telecamera virtuale
- Facciamo ray-casting (o rasterizzazione). Concettualmente semplice (computazionalmente meno)



# Domande di verifica



- Che cos'è la radianza?
- Che cosa si intende per BRDF?
- Cosa si intende per soluzione globale/locale dell'equazione del rendering?
- Cosa si intende per “modello di illuminazione”?



# Riferimenti

- Ganovelli et al. Cap. 6
- Scateni et al. Cap 6/8
- Buss (2003) cap.3
- Angel(2012) cap.5

