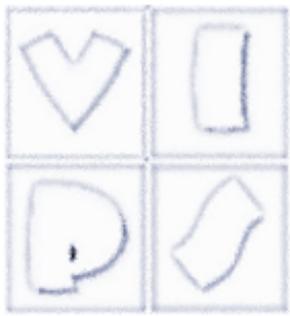


# Fundamentals of Computer Graphics

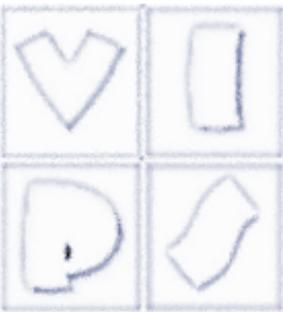
## 3 – Interazione luce-materia



# Rendering

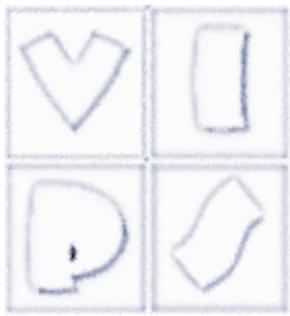


- Lo scopo della grafica 3D è quindi di trasformare un modello geometrico in immagine, simulando la formazione dell'immagine su una telecamera
- Ingredienti
  - Spazio 3D e modello della scena
  - Modello geometrico della telecamera
  - Modello dell'illuminazione?
  - Modello "fisico" della telecamera?



# Ray casting/ray tracing

- In effetti andare a calcolare il colore nel punto di intersezione implicherebbe seguire all'indietro il raggio luminoso verso la sorgente
  - Ma la luce arriva al punto da molte direzioni...
- Potrei semplicemente calcolare il colore supponendo che la luce arrivi al punto da una sola sorgente e usando un algoritmo che stimi la luce riflessa (ray tracing base o ray casting)
- Un migliore risultato lo avrei considerando che parte della luce viene riflessa, parte rifratta e posso andare iterativamente a tracciare questi raggi calcolando la componente di luce che incontrano

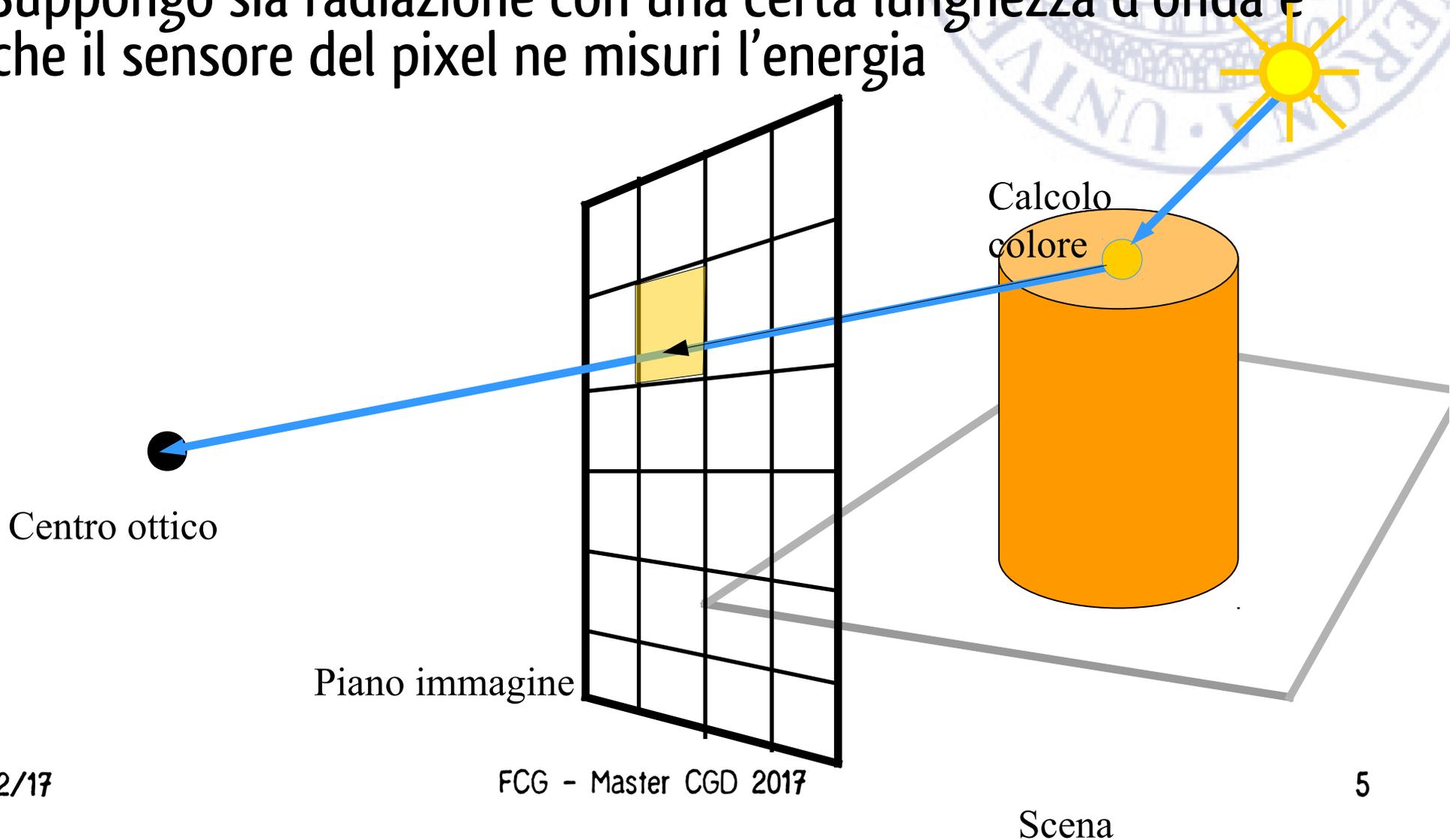


# Rendering

- Lo scopo della grafica 3D è quindi di trasformare un modello geometrico in immagine, simulando la formazione dell'immagine su una telecamera
- Ingredienti
  - Spazio 3D e modello della scena ✓
  - Modello geometrico della telecamera ✓
  - Modello dell'illuminazione? ✗
  - Modello "fisico" della telecamera? ✗

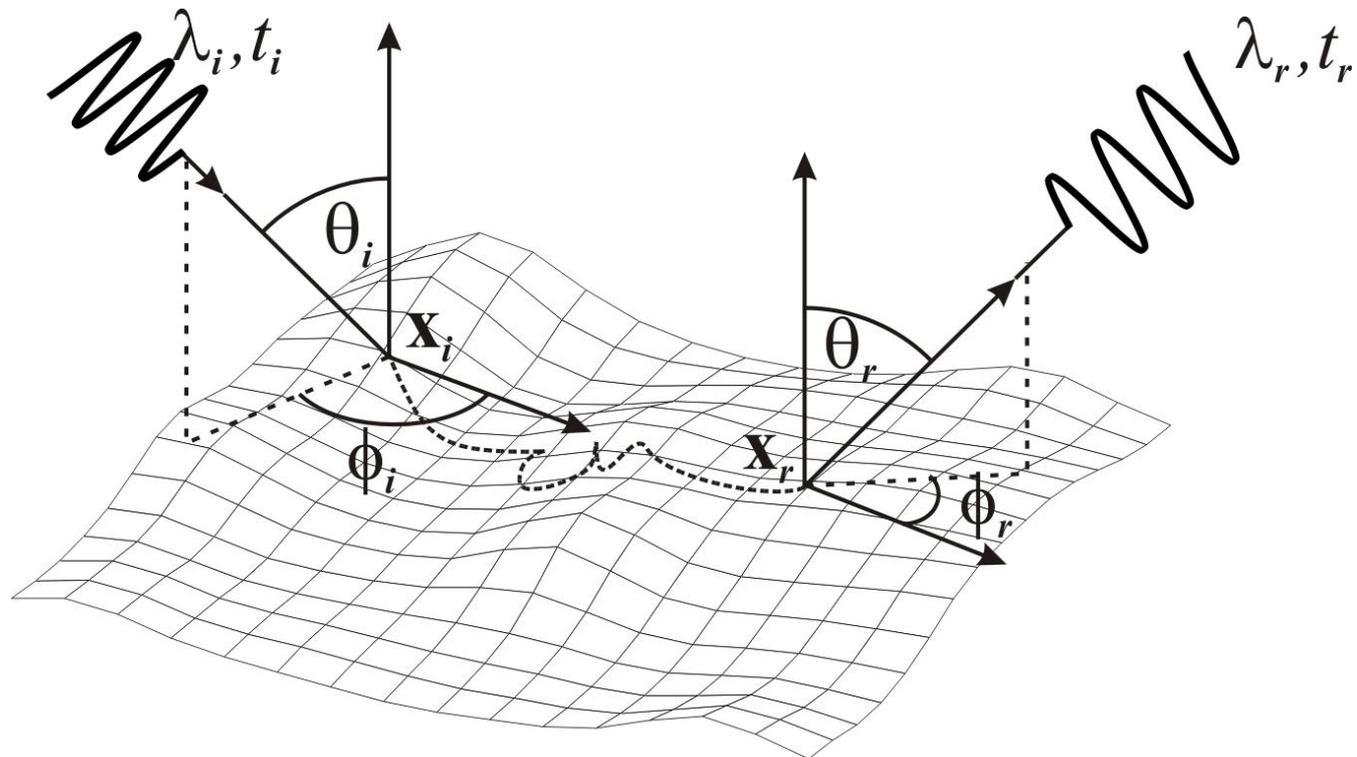
# Luce

- La luce che arriva alla telecamera e viene codificata nell'immagine arriva da una sorgente
- Suppongo sia radiazione con una certa lunghezza d'onda e che il sensore del pixel ne misuri l'energia



# Il problema fisico

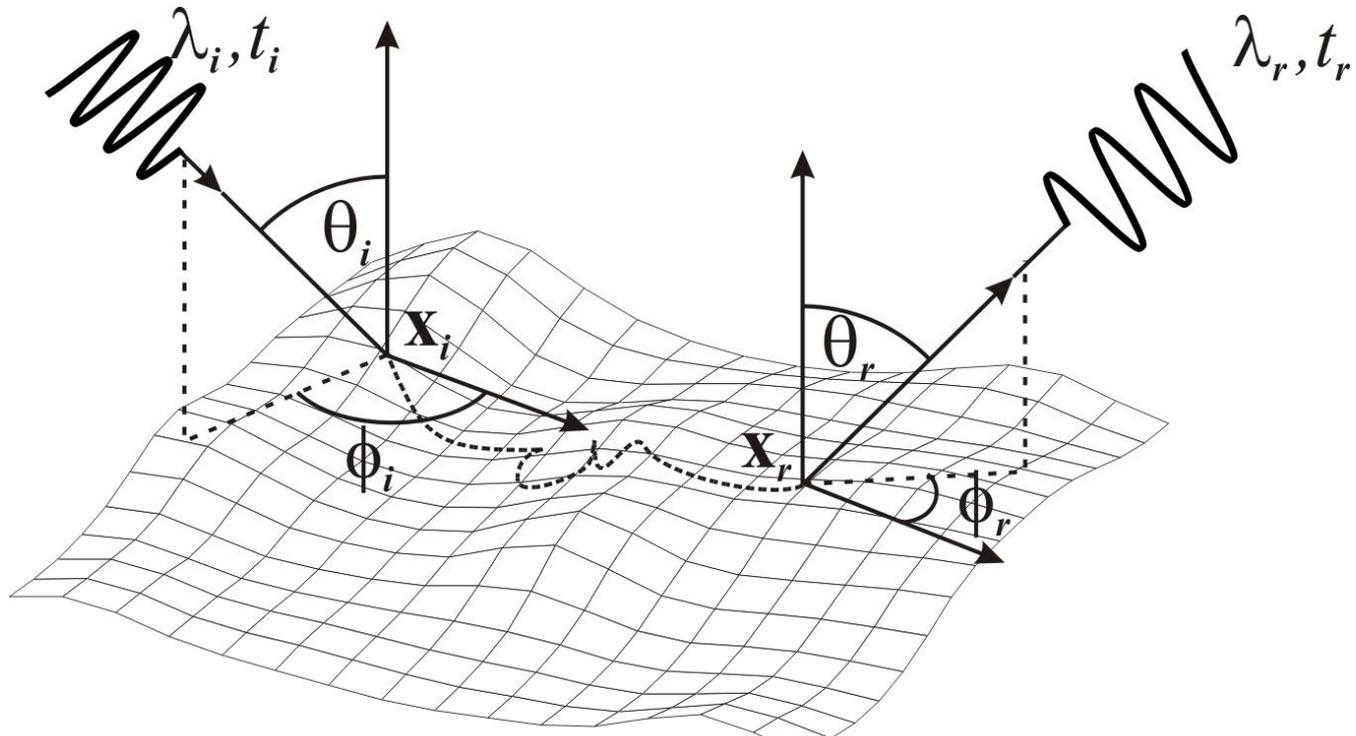
- Il raggio proveniente dalla sorgente penetra nel materiale da una certa direzione
- Un raggio (molti raggi) di luce fuoriesce dal materiale
- Come? Dipende dalle leggi della fisica a livello microscopico
  - Estremamente complesso



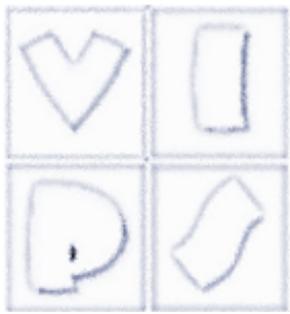
# Il problema fisico

- Molti effetti

- Parte assorbita, parte riemessa, magari in punto diverso visto che può essere riflessa sotto la superficie, anche con ritardo di tempo
- Modifica lunghezza d'onda
- Troppo complicato, ma alcuni effetti per essere simulati richiederebbero questo
  - Fosforescenza, fluorescenza, ecc.



# Quale accuratezza nella modellazione?



12D

Light Scattering Function  
 $(u_i, v_i, \theta_i, \phi_i, \lambda_i, t_i, u_r, v_r, \theta_r, \phi_r, \lambda_r, t_r)$

No fluorescence  
No phosphorescence

8D

Bidirectional Subsurface Scattering  
Reflectance Distribution Function (BSSRDF)  
 $(u_i, v_i, \theta_i, \phi_i, u_r, v_r, \theta_r, \phi_r)$

No subsurface  
scattering

6D

Spacially Varying  
Birectional Reflectance Distribution Function (SVBRDF)  
 $(u, v, \theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)$

Fixed  
lighting

Fixed  
view

Homogenous  
material

4D

Surface Light Field  
 $(u, v, \theta_i, \phi_i)$

Surface Reflectance Field  
 $(u, v, \theta_i, \theta_r)$

BRDF  
 $(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)$

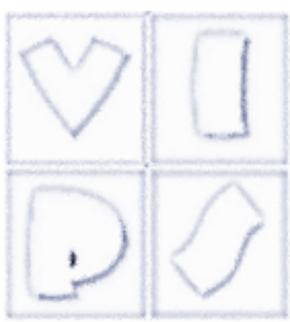
Near diffuse

2D

Texture Map  
 $(u, v)$

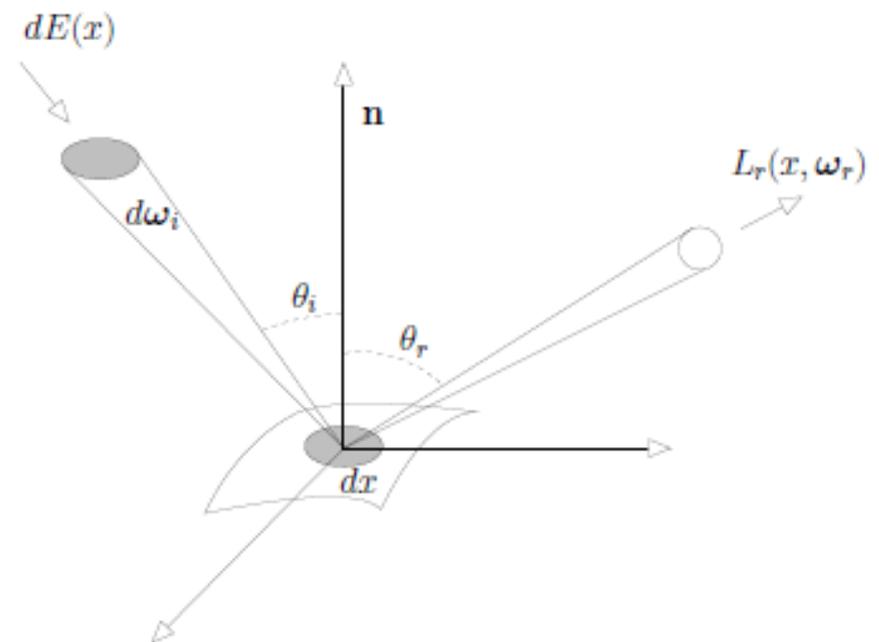
Isotropic BRDF  
 $(\theta_i, \theta_r, \phi_i - \phi_r)$

# Bidirectional Reflectance Distribution Function

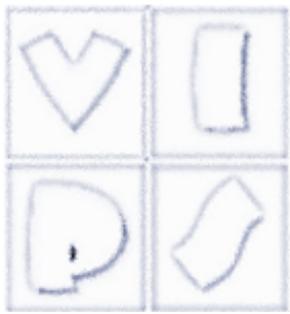


- Ci accontentiamo del modello a 4 parametri, espresso dalla Bidirectional In grafica di solito usiamo la Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF)
- Modelliamo la riflessione come se avvenisse sui punti infinitesimi della superficie, e dipendesse solo dalle direzioni dei raggi incidente e riflesso
  - Comunque complicatissimo

Inoltre assumeremo di poter pensare alla luce come composizione di 3 fasci monocromatici a frequenze fisse (R,G,B) o di un solo valore di luminosità (ovviamente falso)



# Quale accuratezza nella modellazione?



12D

Light Scattering Function  
 $(u_i, v_i, \theta_i, \phi_i, \lambda_i, t_i, u_r, v_r, \theta_r, \phi_r, \lambda_r, t_r)$

No fluorescence  
No phosphorescence

8D

Bidirectional Subsurface Scattering  
Reflectance Distribution Function (BSSRDF)  
 $(u_i, v_i, \theta_i, \phi_i, u_r, v_r, \theta_r, \phi_r)$

No subsurface  
scattering

6D

Spacially Varying  
Birectional Reflectance Distribution Function (SVBRDF)  
 $(u, v, \theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)$

Fixed  
lighting

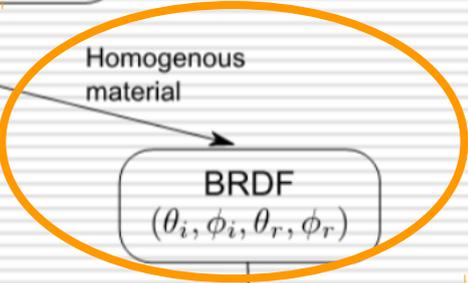
Fixed  
view

Homogenous  
material

4D

Surface Light Field  
 $(u, v, \theta_i, \phi_i)$

Surface Reflectance Field  
 $(u, v, \theta_i, \theta_r)$



BRDF  
 $(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)$

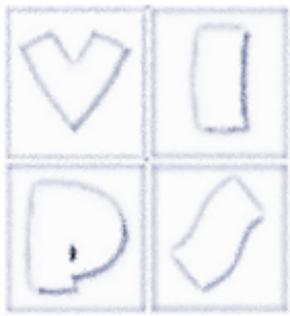
Near diffuse

Isotropic BRDF  
 $(\theta_i, \theta_r, \phi_i - \phi_r)$

2D

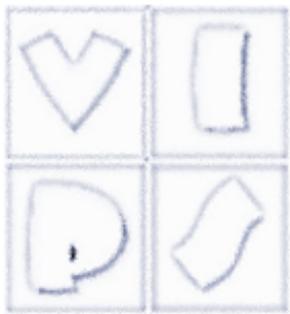
Texture Map  
 $(u, v)$

# Radiazione luminosa



La radiazione luminosa è caratterizzata da

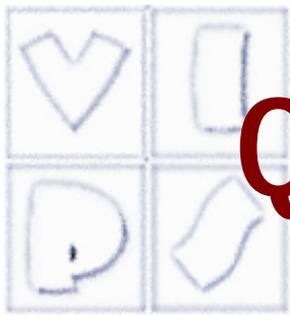
- distribuzione spettrale, che ne determina il colore
- energia che ne determina l'intensità o luminosità
  - per ora usiamo in modo informale questi termini
- Queste caratteristiche sono studiate dalla **radiometria**
- In teoria le sorgenti luminose emettono radiazione in tutto lo spettro delle frequenze visibili
- I materiali riflettono le frequenze in maniera diversa, da qui le caratteristiche visive (appearance) dei diversi materiali



# Radiometria

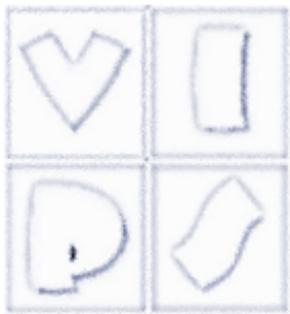


- Qui facciamo ulteriori semplificazioni:
  - Supponiamo non ci sia interazione tra le diverse lunghezze d'onda: ogni frequenza viene riflessa indipendentemente
  - La distribuzione di frequenze continua che caratterizza luci e materiali reali può essere sostituita, grazie all'indistinguibilità percettiva per il sistema visivo umano, con tre componenti a valori fissi di frequenze, corrispondenti al rosso, verde e blu (RGB) riprodotti dai monitor
- Tutte le grandezze radiometriche che definiremo sono quindi riferite ad una singola lunghezza d'onda.



# Quantità fisiche radiometriche

- Le quantità che misuriamo sono
  - Il flusso radiante  $\Phi$  è la velocità alla quale l'energia luminosa viene emessa (o assorbita) da una superficie, ha le dimensioni di una potenza (energia per unità di tempo) e si misura in Watt [W].
  - irradianza  $E(\mathbf{x})$  il rapporto tra il flusso ricevuto da un elemento infinitesimo di superficie in  $\mathbf{x}$  e la sua area  $dx$
  - Radiosità  $B(\mathbf{x})$  il rapporto tra il flusso emesso da un elemento infinitesimo di superficie in  $\mathbf{x}$  e la sua area  $dx$
  - Radianza  $L(\mathbf{x}, \omega)$  nel punto  $\mathbf{x}$  in una direzione  $\omega$  è la densità superficiale della intensità radiante in  $\mathbf{x}$  lungo la direzione  $\omega$ , considerando l'area della superficie proiettata

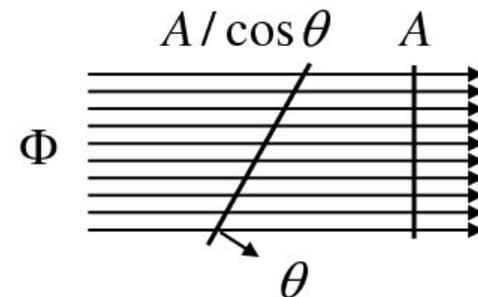


# Radiometria

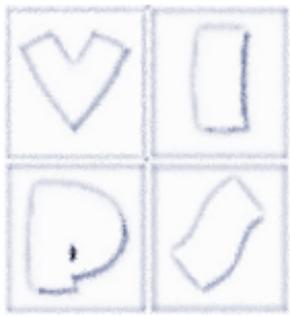
- Il flusso radiante  $\Phi$  è la velocità alla quale l'energia luminosa viene emessa (o assorbita) da una superficie, ha le dimensioni di una potenza (energia per unità di tempo) e si misura in Watt [W].
- Si dice irradianza  $E(\mathbf{x})$  il rapporto tra il flusso ricevuto da un elemento infinitesimo di superficie in  $\mathbf{x}$  e la sua area  $d\mathbf{x}$ :

$$E(\mathbf{x}) = d\Phi/d\mathbf{x}$$

- Nota: se ho una superficie inclinata, l'irradianza è modulata dall'angolo rispetto alla direzione del flusso (legge del coseno)



$$E = \frac{\Phi}{A/\cos\theta} = \frac{\Phi}{A} \cos\theta$$



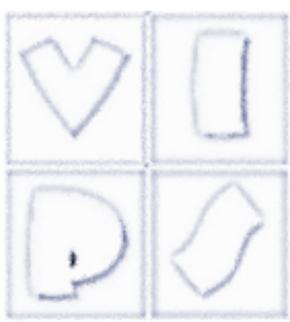
# Radiometria

- Si dice radiosità o radiosity  $B(\mathbf{x})$  il rapporto tra il flusso emesso da un elemento infinitesimo di superficie in  $\mathbf{x}$  e la sua area  $dx$ :

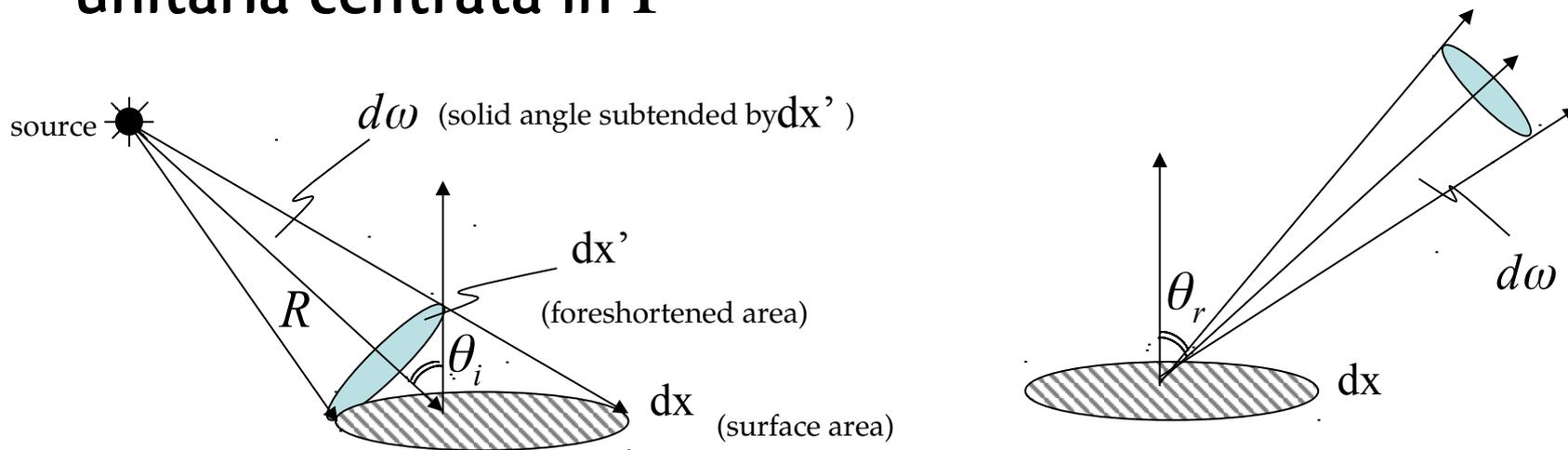
$$B(\mathbf{x}) = d\Phi / dx$$

- Irradianza e radiosità sono la stessa grandezza (una densità superficiale di flusso) e si misurano in  $[W/m^2]$ . La differenza è che l'irradianza è energia ricevuta, la radiosità è energia emessa.
- In entrambe i casi, l'energia ricevuta/emessa si considera da/verso tutte le direzioni.

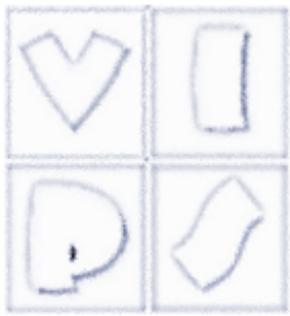
# Direzioni ed angoli solidi



- Occorre considerare gli intervalli di direzioni incidenti ed uscenti da punti e superfici. Per rappresentare le direzioni uscenti da un punto si usano gli angoli solidi
- L'angolo solido sotteso da un oggetto rispetto un punto  $P$  è pari all'area della proiezione dell'oggetto su una sfera unitaria centrata in  $P$



# Direzioni ed angoli solidi



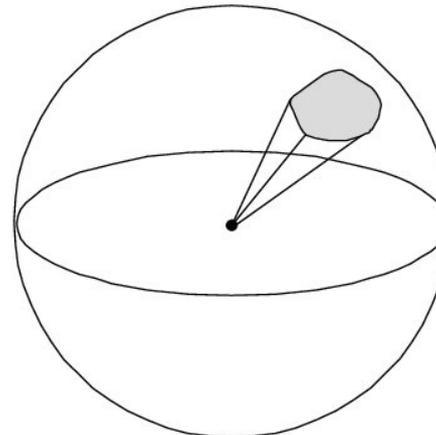
- Occorre considerare gli intervalli di direzioni incidenti ed uscenti da punti e superfici. Per rappresentare le direzioni uscenti da un punto si usano gli angoli solidi
- L'angolo solido sotteso da un oggetto rispetto un punto  $P$  è pari all'area della proiezione dell'oggetto su una sfera unitaria centrata in  $P$

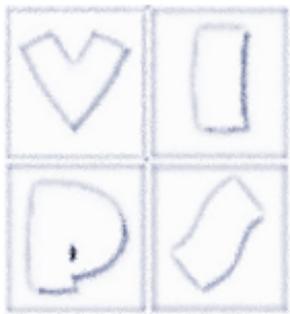
**Angle**  $\theta = \frac{l}{r}$

⇒ **circle has  $2\pi$  radians**

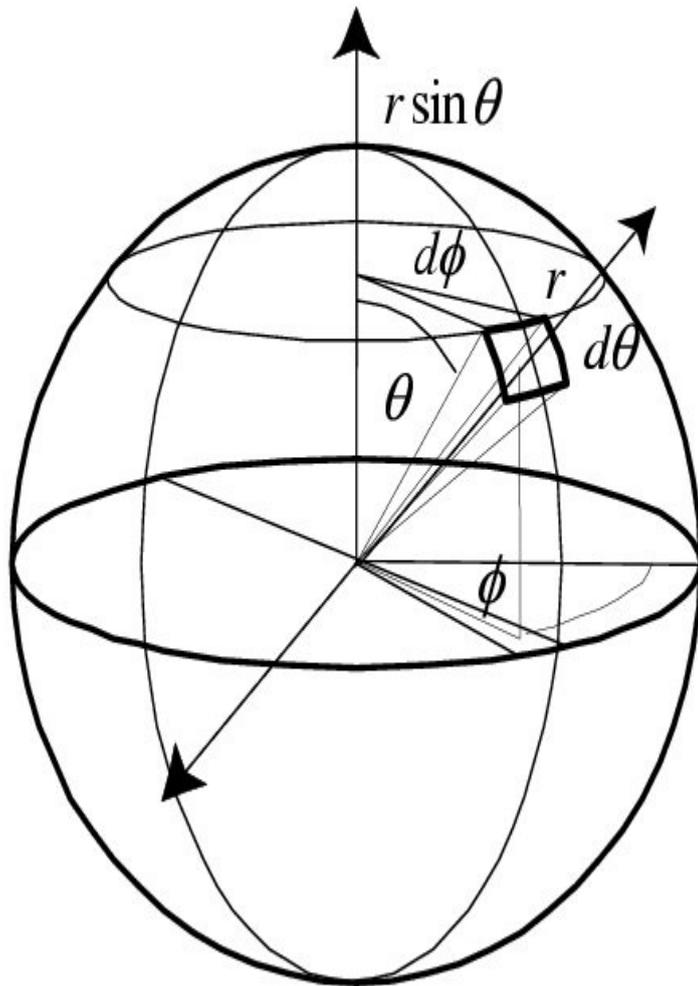
**Solid angle**  $\Omega = \frac{A}{R^2}$

⇒ **sphere has  $4\pi$  steradians**





# Coordinate polari sferiche



$$\begin{aligned}dA &= (r d\theta)(r \sin \theta d\phi) \\ &= r^2 \sin \theta d\theta d\phi\end{aligned}$$

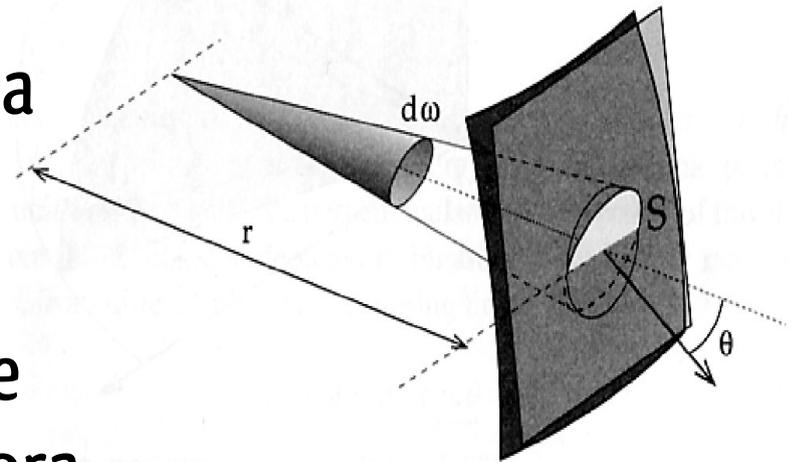
$$d\omega = \frac{dA}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi$$

$$S = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta d\phi = 4\pi$$

# Direzioni ed angoli solidi

- L'angolo solido sotteso da un elemento infinitesimo di superficie  $dx$  centrato in  $\mathbf{x}$  ed orientato con normale  $\mathbf{n}$ , rispetto ad un punto  $\mathbf{y}$  distante  $r$  vale:  $d\omega = dx \cos \theta / r^2$  dove  $\theta$  è l'angolo formato dalla normale  $\mathbf{n}$  con la congiungente  $\mathbf{y}$  ed  $\mathbf{x}$ .
- Il termine  $dx \cos \theta$  rappresenta l'area proiettata di  $dx$  lungo la congiungente  $\mathbf{y}$  ed  $\mathbf{x}$ .
- Se poniamo in  $\mathbf{y}$  una sorgente di luce puntiforme con intensità radiante  $I$ , allora l'irradianza nel punto  $\mathbf{x}$  vale:

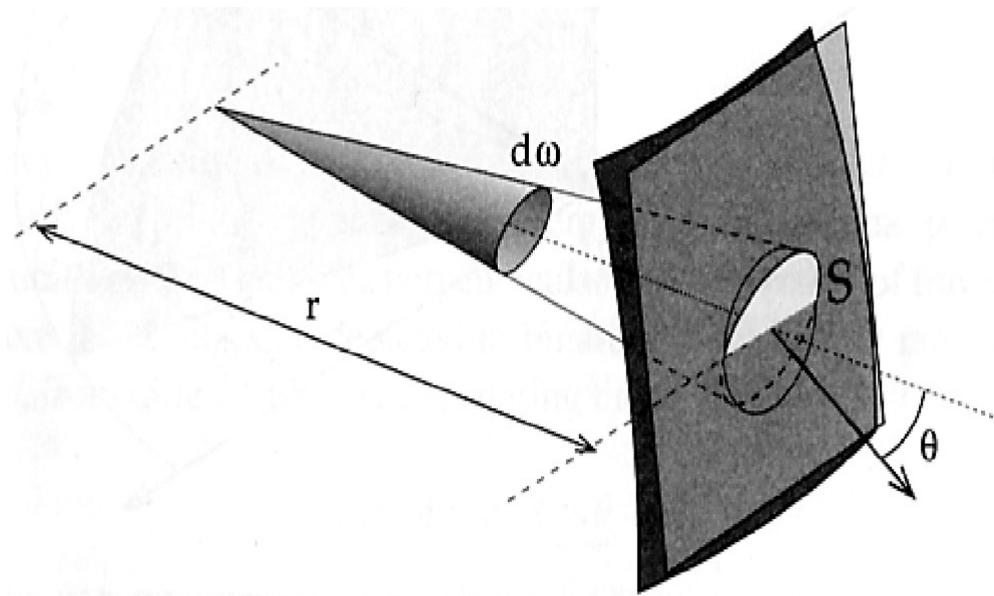
$$E(\mathbf{x}) = \frac{d\Phi}{dx} = \frac{I \cos \theta}{r^2}$$

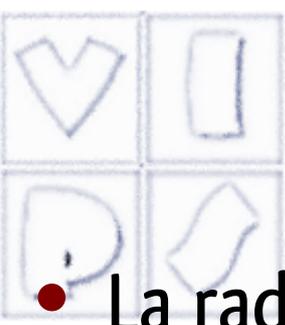


# Intensità radiante

- L'intensità radiante è il flusso radiante emesso in un angolo solido infinitesimo  $d\omega$  lungo una particolare direzione  $\omega$  :

$$I(\omega) = d\Phi/d\omega$$



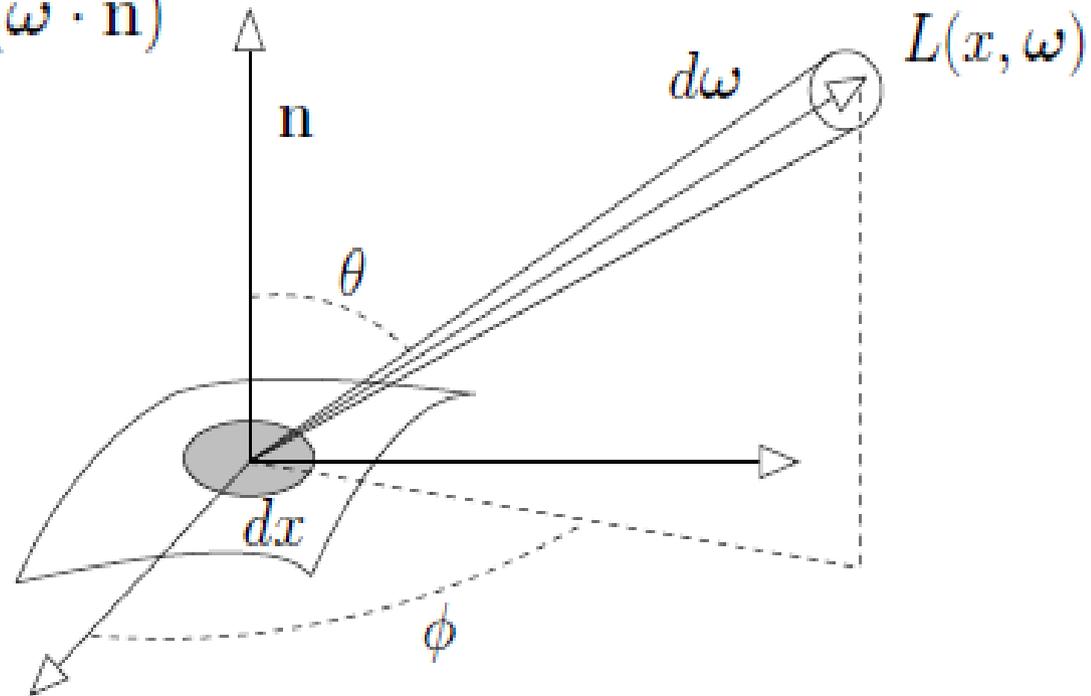


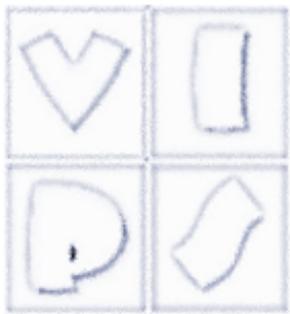
# Radianza

- La radianza  $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega})$  nel punto  $\mathbf{x}$  in una direzione  $\boldsymbol{\omega}$  è la densità superficiale della intensità radiante in  $\mathbf{x}$  lungo la direzione  $\boldsymbol{\omega}$ , considerando l'area della superficie proiettata:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}) = \frac{dI(\boldsymbol{\omega})}{dx(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n})} = \frac{d^2\Phi}{d\omega dx(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n})}$$

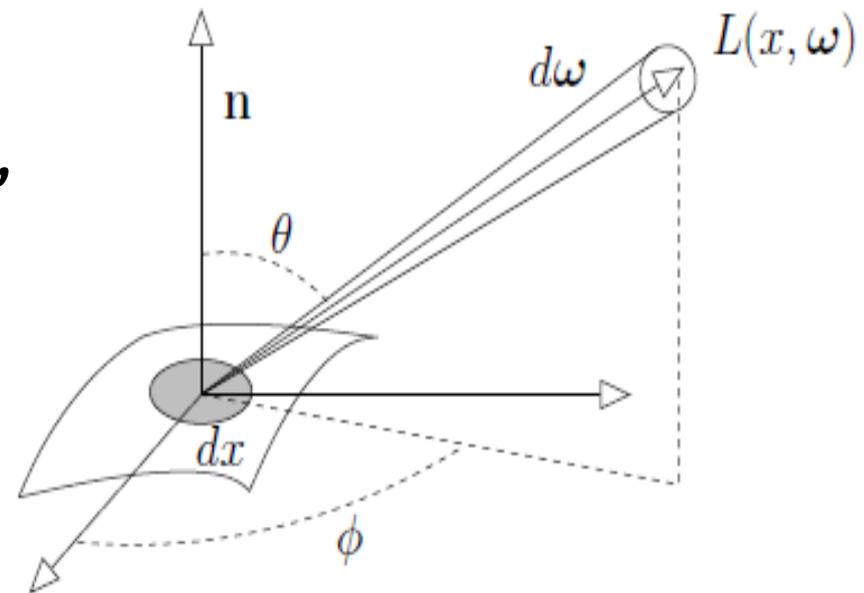
- L'area proiettata della superficie infinitesima  $dx$  è l'area della proiezione di  $dx$  (la cui normale è  $\mathbf{n}$ ) sul piano perpendicolare a  $\boldsymbol{\omega}$ , e vale dunque  $dx(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n})$





# Radianza

- La direzione  $\omega$  è data da due angoli: l'elevazione ( $90-\theta$ ) (rispetto alla normale alla superficie  $\mathbf{n}$ ) e l'azimuth  $\phi$  (rispetto ad una direzione fissata sulla superficie.)
- Possiamo dunque scrivere:  $(\omega \cdot \mathbf{n}) = \cos \theta$
- La radianza  $L(\mathbf{x}, \omega)$  è la densità di flusso nel punto  $\mathbf{x}$  in una direzione  $\omega$ , misurata rispetto ad una superficie infinitesima perpendicolare a  $\omega$ .
- La radianza è pari al il flusso radiante per unità di angolo solido per unità di area proiettata lungo la direzione di propagazione, e si misura in  $[W/(m^2 \cdot \text{sr})]$ .



# Radiosità e irradianza

- Sono la somma delle radianze uscenti ed entranti in un elementino di superficie
- Sia  $\Omega$  la semisfera delle direzioni attorno alla normale in  $\mathbf{x}$ .  
Dall'equazione scritta prima si ha:

$$L(x, \omega)(\omega \cdot \mathbf{n}) = \frac{d^2\Phi}{d\omega dx}$$

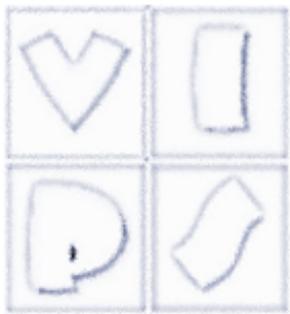
ed integrando:

$$\int_{\Omega} L(x, \omega)(\omega \cdot \mathbf{n})d\omega = \int_{\Omega} \frac{d^2\Phi}{d\omega dx}d\omega = \frac{d\Phi}{dx} = B(x)$$

- Similmente, per l'energia incidente, l'irradianza vale:

$$E(x) = \int_{\Omega} L(x, \omega)(\omega \cdot \mathbf{n})d\omega$$

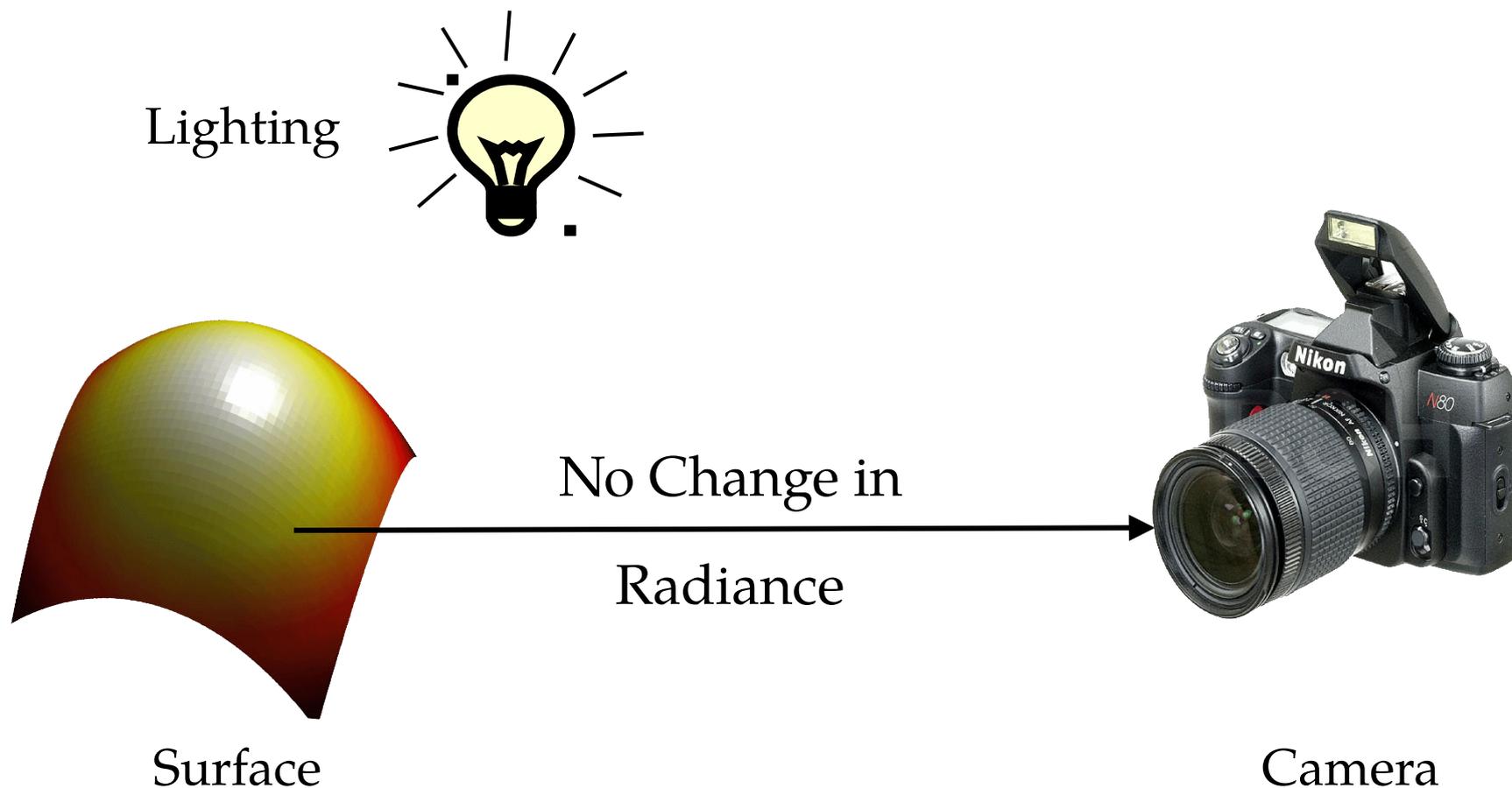
- Nota: la radianza è definita per unità di area proiettata, mentre la irradianza/radiosità sono definite per unità di area (effettiva).

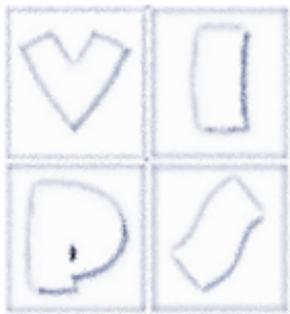


# Radianza lungo un raggio

- Dati due punti  $x$  e  $y$  (nel vuoto) la radianza che lascia  $x$  verso  $y$  è uguale a quella che raggiunge  $y$  dalla direzione di  $x$ : non si attenua con la distanza.
- Il modello che si usa in grafica è quello di raggi luminosi che trasportano una certa quantità di energia luminosa.
- Nel nostro modello i raggi luminosi trasportano radianza, ed i pixel del sensore registrano il valore della radianza
- Quando informalmente si parla di “intensità” del pixel, si fa riferimento alla radianza.
- In realtà nelle immagini digitali, l'intensità è mappata in un range dinamico limitato (tipicamente 8 bit) e non linearmente per compensare la non linearità della percezione umana

# The Fundamental Assumption in Vision

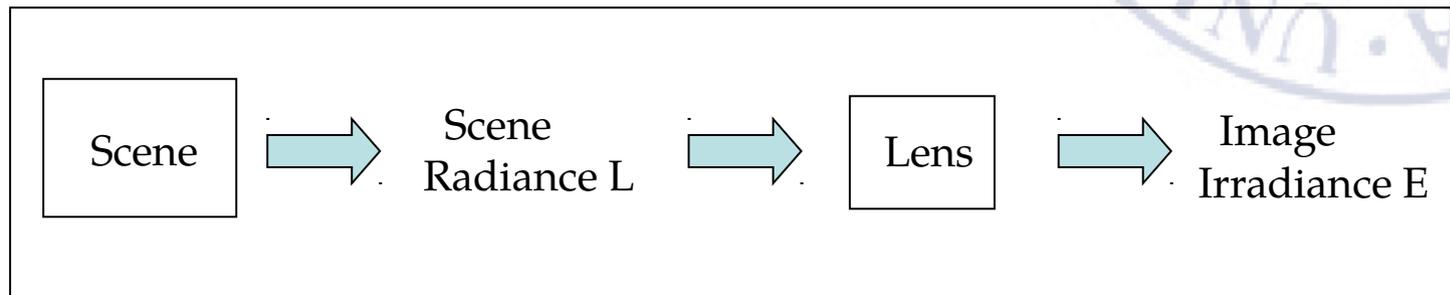




# Non linearità

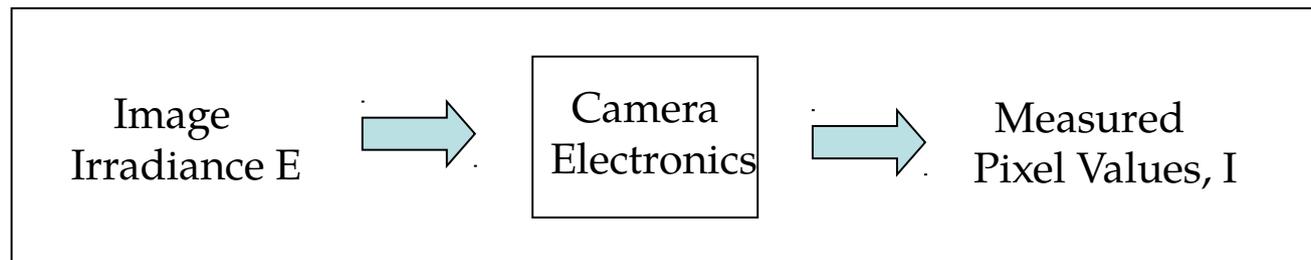
- In realtà

- Before light hits the image plane:

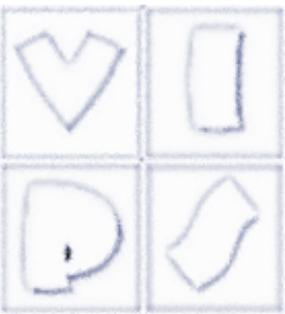


Linear Mapping!

- After light hits the image plane:

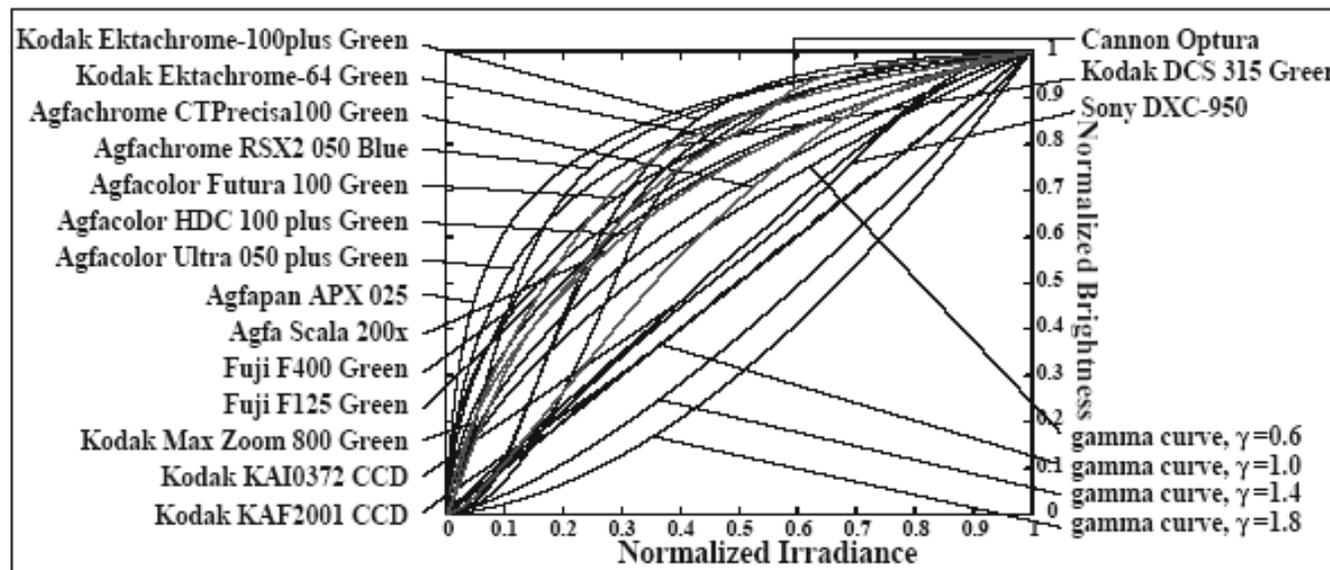


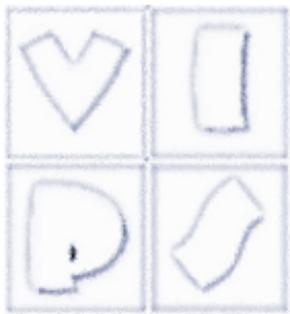
Non-linear Mapping!



# Sensori e luminosità

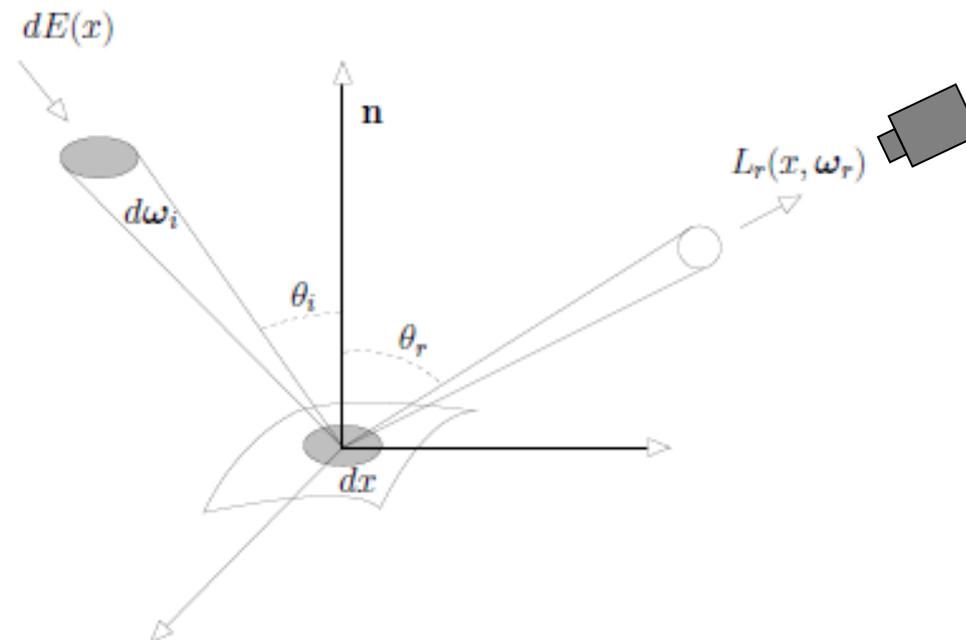
- Relazione tra radianza incidente e luminosità immagine non lineare
- La percezione umana è non lineare



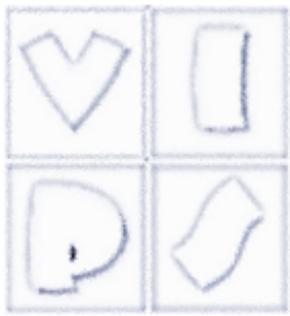


# Riassumendo

- Abbiamo il nostro modello di calcolo del “colore” (intensità luminosa) in un pixel
- Dobbiamo calcolare la radianza nella direzione de pixel
- Questa dipenderà da
  - La direzione della proiezione del pixel sulla scena, e l’elemento di superficie della scena che incontra ( $dx$ )
  - Il calcolo della radianza in tale punto, somma di tutti i contributi dovuti all’illuminazione dell’elemento di superficie da **tutte** le direzioni



# Equazione del rendering



- La radianza riflessa in direzione  $\omega_r$ , dovuta all'irradianza lungo una direzione  $\omega_i$  è  $L_r(x, \omega_r) = \rho(x, \omega_i, \omega_r) L_i(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n})$

- La radianza totale riflessa lungo  $\omega_r$ , è la somma dei contributi dovuti a tutte le possibili direzioni incidenti,  $\Theta$ , quindi vale:

$$L_r(x, \omega_r) = \int_{\Omega} \rho(x, \omega_i, \omega_r) L_i(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$

- Aggiungendo la radianza emessa  $L_e(\mathbf{x}, \omega)$  si ottiene l'equazione del rendering, o della radianza (Kajiya, 1987), che esprime la radianza totale che lascia il punto  $\mathbf{x}$  nella direzione

$\omega$ : 
$$L(x, \omega) = L_e(x, \omega) + \int_{\Omega} \rho(x, \omega_i, \omega) L(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$

- La radianza incidente in  $x$  lungo la direzione  $\omega_i$ ,  $L_i(\mathbf{x}, \omega_i)$  è uguale alla radianza emessa da un altro punto  $y$  nella direzione sotto cui  $y$  vede  $x$ :  $L_i(\mathbf{x}, \omega_{xy}) = L_i(\mathbf{x}, \omega_{yx})$  con  $\omega_i = \omega_{xy}$

- L'angolo solido infinitesimo  $d\omega$  sotto cui  $y$  vede  $d\mathbf{x}$  vale:

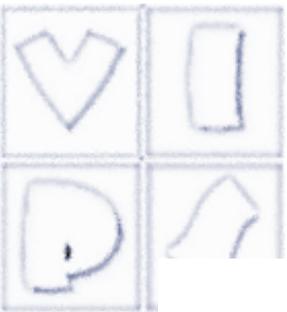
$$d\omega = dy \cos \theta_{yx} / \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2$$

- Introduciamo il termine di visibilità  $V(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  che vale 1 se e solo se  $\mathbf{x}$  è visibile da  $\mathbf{y}$ . Possiamo quindi trasformare l'equazione del rendering da integrale su una semisfera di direzioni ad integrale su tutte le superfici  $S$  della scena:

$$L(x, \omega) = L_e(x, \omega) + \int_{y \in S} \rho(x, \omega_{xy}, \omega) L(y, \omega_{yx}) G(x, y) dy$$

- Il termine  $G(x, y) = \frac{\cos \theta_{xy} \cos \theta_{yx}}{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2} V(x, y)$  dipende solo dalla

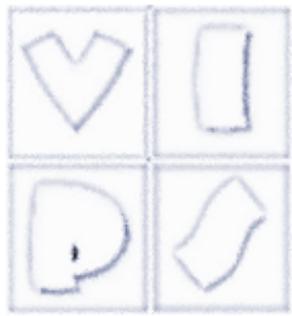
geometria della scena.



# Equazione del rendering

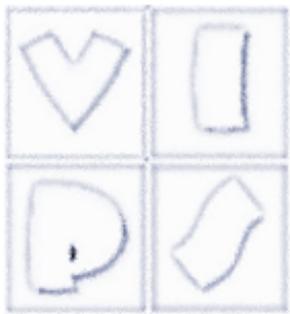
$$L(x, \omega) = L_e(x, \omega) + \int_{\Omega} \rho(x, \omega_i, \omega) L(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$

- Per determinare il colore del pixel nel ray casting dobbiamo risolverla. E' ricorsiva: L è a sinistra e anche a destra!
  - La radianza in un punto di una superficie è determinata globalmente, poiché dipende non solo dalle sorgenti luminose (primarie) ma anche da tutte le altre superfici presenti nell'ambiente (sorgenti secondarie): computazionalmente assai oneroso.
- La disciplina della grafica al calcolatore è incentrata sulla soluzione di questa equazione.
- Si propongono soluzioni approssimate, in modo più o meno grossolano
  - Si semplificano sia la BRDF che la ricorsione.

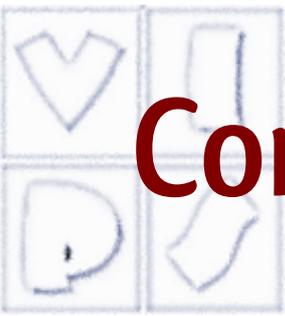


# I problemi da risolvere

- Calcolare la luce che illumina ciascun elemento di superficie
  - Complesso e ricorsivo: la luce rimbalza da una parte all'altra della scena!
- Modellare i comportamenti dei materiali
  - Ricavare dei modelli di BRDF che forniscano la radianza data l'irradianza incidente in modo da simulare bene i materiali reali

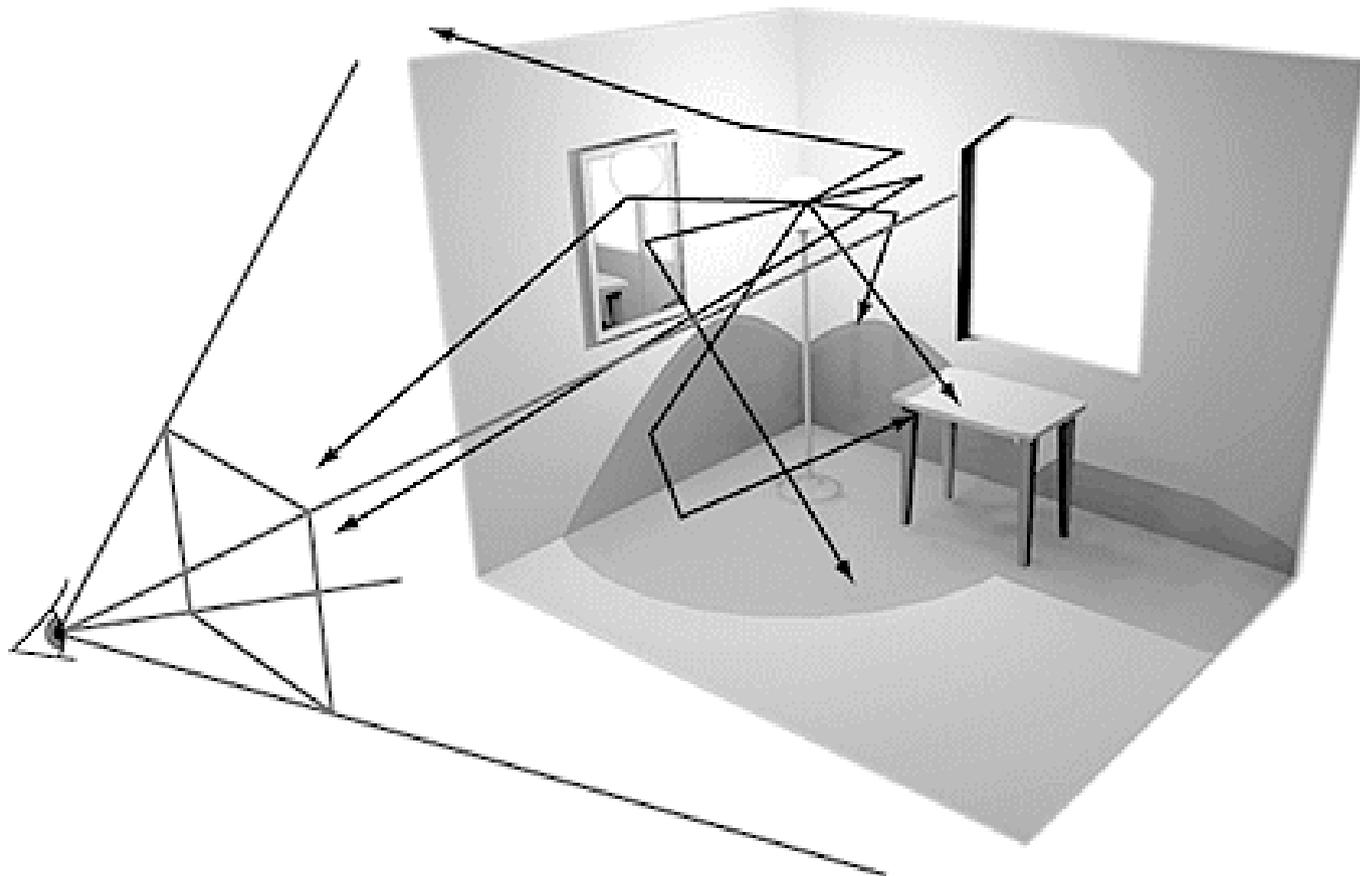


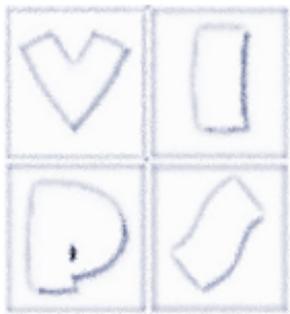
# Luce incidente



# Come arriva la luce sulle superfici?

- Inter-riflessioni, ombre, trasparenze!
- Complesso

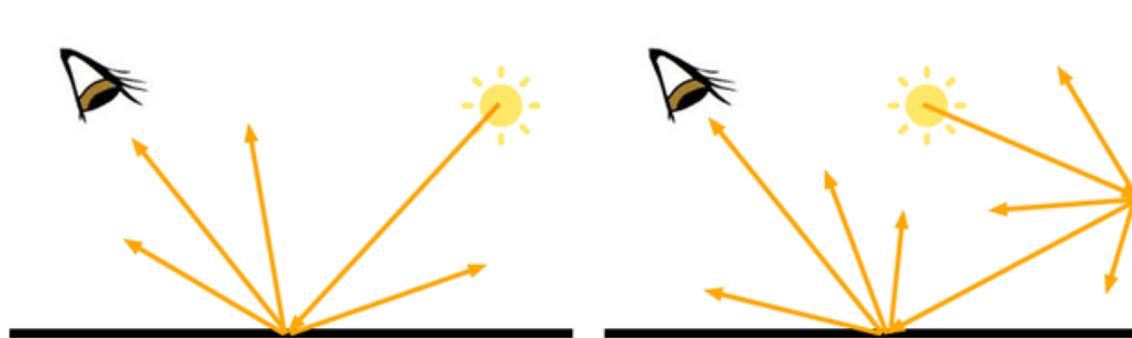


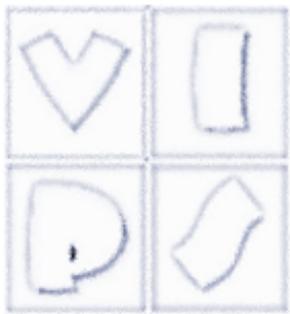


# Ricorsione

Per questo aspetto, i metodi si dividono in locali e globali.

- Locali. Si elimina la ricorsione, tenendo conto solo dell'effetto diretto delle sorgenti luminose, trascurando le interriflessioni
  - nell'equazione viene considerata la radianza entrante solo lungo le direzioni corrispondenti a raggi provenienti direttamente dalle sorgenti luminose, la cui radianza viene data come nota
- Globali. Si tiene conto della natura ricorsiva della equazione della radianza, ma si trascurano alcuni fenomeni di interriflessione per rendere il problema trattabile. Esempi:
  - ray tracing, corretto solo per le riflessioni speculari
  - radiosity che modella solo le interriflessioni tra superfici diffuse.





# Modellare i materiali

# Modellare i materiali

- Materiali opachi: la luce penetra all'interno e viene ridiffusa in tutte le direzioni
  - Aspetto "matte"



- Materiali lucidi: la luce "rimbalza" in superficie
  - Riflessione speculare
  - Aspetto glossy



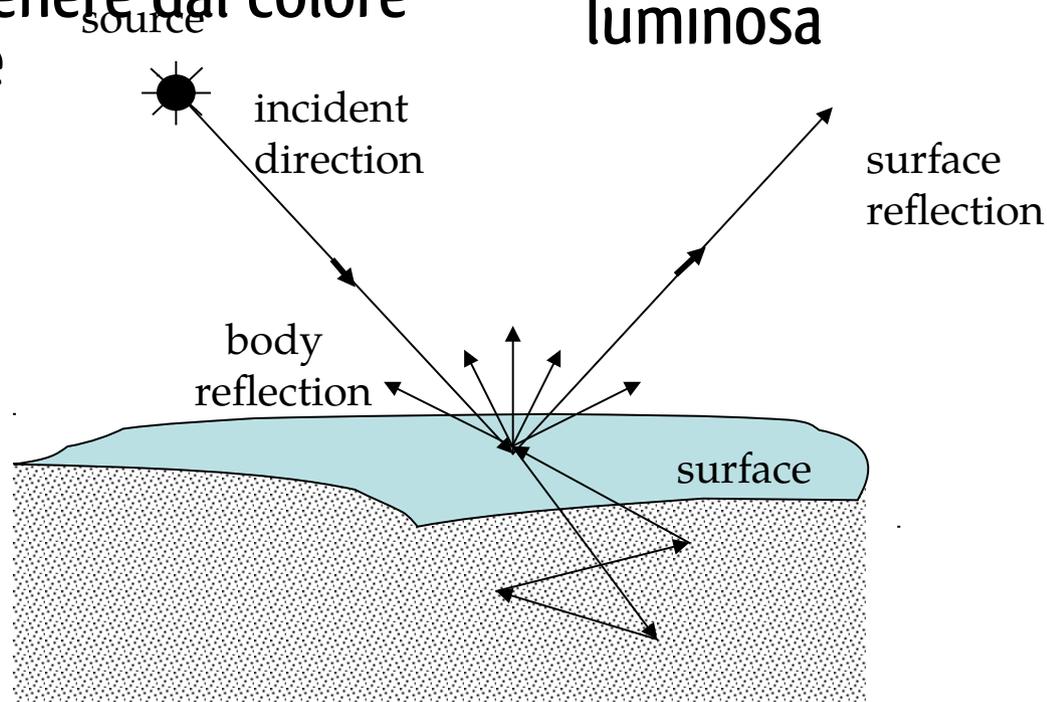
Molti materiali hanno comportamenti intermedi:

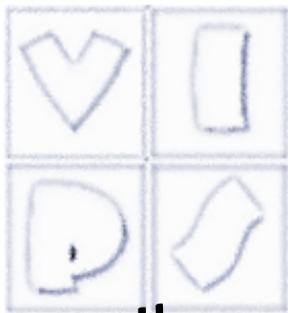


# Modellare i materiali

- Materiali opachi: la luce penetra all'interno e viene ridiffusa in tutte le direzioni
  - Aspetto "matte"
  - Il colore della riflessione dipende in genere dal colore del materiale

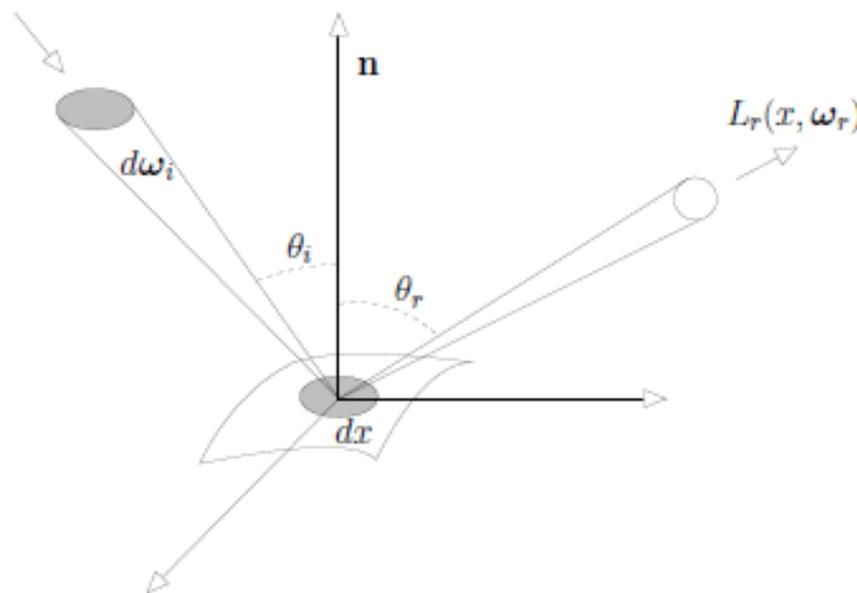
- Materiali lucidi: la luce "rimbalza" in superficie
  - Highlight speculare
  - Aspetto glossy o metallico
  - Il colore dell'highlight è in genere quello della sorgente luminosa

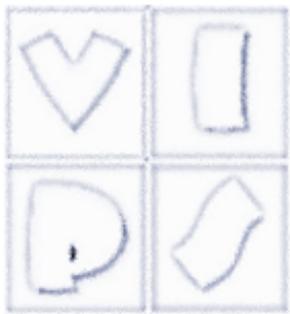




# BRDF

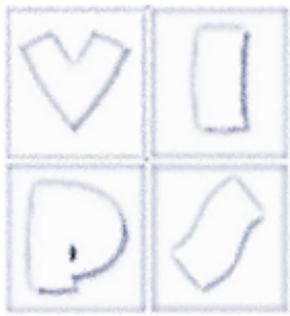
- Il comportamento lo vogliamo modellare con la Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF)  $\rho(\mathbf{x}, \omega_i, \omega_r)$ , definita prima, che caratterizza il materiale di cui è composta la superficie
- E' il rapporto tra la radianza riflessa da  $\mathbf{x}$  lungo la direzione  $\omega_r$  e l'irradianza della luce incidente nel punto  $\mathbf{x}$  da un angolo solido infinite  $dE(x)$





# BRDF

- 4 gradi di libertà (due angoli). Sarebbero 5 se considerassimo la dipendenza dalla lunghezza d'onda della luce
- E' già una drastica semplificazione
- Supponiamo che localmente sia costante (stesso materiale in una regione)
- Non modella alcuni effetti dei materiali reali
  - Dipendenza dalle lunghezze d'onda
  - Fluorescenza: riemissione di energia a frequenze diverse da quelle ricevute, tipicamente visibile da stimolo ultravioletto
  - Fosforescenza: riemissione anche dopo la cessazione dello stimolo
  - Scattering sotto la superficie
  - Occorrerebbe, come detto all'inizio, introdurre funzioni con più gradi di libertà



# BRDF

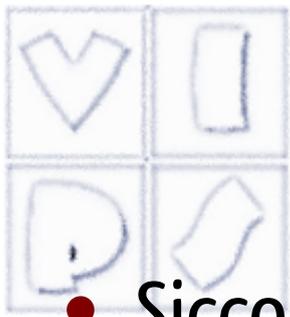
- Si usa la irradianza e non la radianza per misurare la densità di flusso incidente perché quest'ultima non tiene conto della reale orientazione della superficie
- Si vede facilmente che l'irradianza è legata alla radianza della luce incidente  $L_i(\mathbf{x}, \omega_i)$  da:

$$dE(\mathbf{x}) = L_i(\mathbf{x}, \omega_i)(\omega_i \cdot \mathbf{n})d\omega_i$$

dove  $P_0(\omega_i \cdot \mathbf{n}) = \cos\Theta_i$

- Dunque la BRDF si scrive:

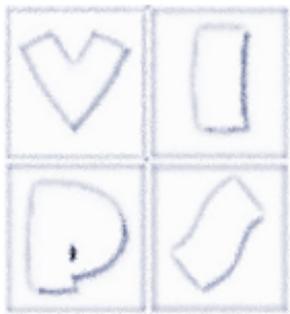
$$\rho(x, \omega_i, \omega_r) = \frac{L_r(x, \omega_r)}{L_i(x, \omega_i)(\omega_i \cdot \mathbf{n})d\omega_i}$$



# BRDF

- Siccome la radianza è definita per unità di area proiettata, moltiplicando per  $(\omega_i \cdot \mathbf{n})$  la si converte in una misura per unità di area (non proiettata).
- In altri termini, si tiene conto del fatto che la radianza è misurata rispetto ad un'area infinitesima orientata diversamente da quella che in effetti viene illuminata, mentre noi vogliamo esprimere l'effettivo flusso incidente.
- Se consideriamo i contributi di irradianza da tutte le direzioni di incidenza, la radianza totale riflessa nella direzione  $\omega_r$ , è vale:

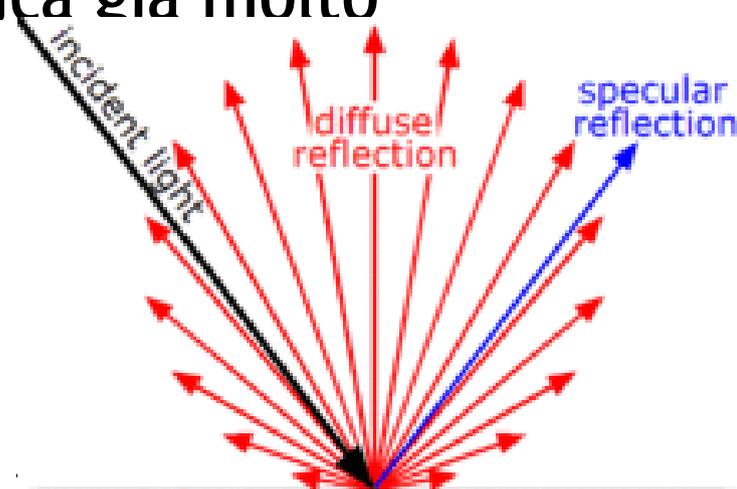
$$L_r(x, \omega_r) = \int_{\omega_i \in \Omega} \rho(x, \omega_i, \omega_r) L_i(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$



# BRDF generica

La specifica esatta della BRDF per superfici reali è estremamente difficile da ottenere.

- Nella grafica al computer si usano approssimazioni della BRDF. Le due più semplici e più usate modellano due comportamenti ideali dei materiali: una è la diffusione, l'altra è la riflessione speculare
- Ma ci sono molti altri tipi di comportamento, anche perché la riflessione è in realtà un fenomeno complesso ed appunto la BRDF generica lo semplifica già molto





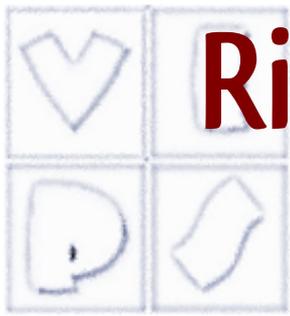
# Diffusione pura

- Una superficie Lambertiana (o diffusore perfetto) ha una BRDF costante:  $\rho(\mathbf{x}, \omega_i, \omega_r) = \rho(\mathbf{x})$ . La radianza (riflessa) di tale superficie non dipende dalla direzione.

- Inoltre 
$$L_r(x, \omega_r) = \rho(x) \int_{\Omega} L_i(x, \omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i = \rho(x) E(x) = L(x)$$

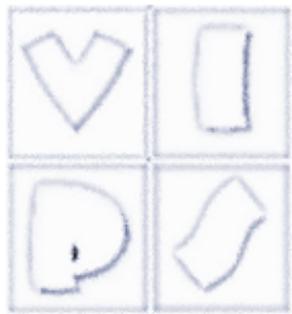
$$B(x) = \int_{\Omega} L(x, \omega) (\omega \cdot \mathbf{n}) d\omega = L(x) \int_{\Omega} \cos \theta d\omega = \rho(x) E(x) \pi$$

- $\rho_d(\mathbf{x}) = \pi \rho(\mathbf{x})$  prende il nome di albedo.
  - L'albedo è la frazione di irradianza  $E(\mathbf{x})$  che viene riflessa come radiosità  $B(\mathbf{x})$ . Il resto dell'energia viene assorbito
  - Diffusore perfetto: superficie ruvida (es. gesso, coccio) che ripartisce la radianza entrante uniformemente su tutte le direzioni
  - In realtà non così realistico (vedremo)



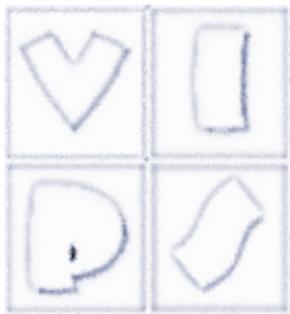
# Riflessione speculare e materiali lucidi

- Per uno specchio la BRDF è una funzione delta centrata sull'angolo di riflessione speculare perfetta
- Ma esistono materiali lucidi con un comportamento non proprio speculare. Occorre un modello diverso
- Dobbiamo anche discretizzare e togliere i differenziali per ottenere algoritmi implementabili
- Passiamo quindi a descrivere direttamente gli algoritmi usati per approssimare la BRDF, partendo dai più semplici



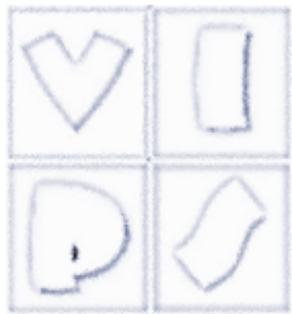
# Modello di Phong

- Un modello di illuminazione locale tratta l'interazione tra una sorgente ed una singola superficie, buttando via del tutto la ricorsione
- Nei modelli locali ciascun punto viene trattato indipendentemente dal resto della scena (no interriflessioni, no ombre, no riflessioni speculari)
- Modello di illuminazione: data la normale alla superficie, il materiale e la direzione di illuminazione, fornisce il colore
- Il modello che vedremo (Phong) è semplice, abbastanza veloce da funzionare in tempo reale e produce risultati accettabili, per scene semplici.
  - Può essere usato come base per realizzare algoritmi di illuminazione globale (ray tracing)
  - Può essere usato per il rendering in pipeline di rasterizzazione



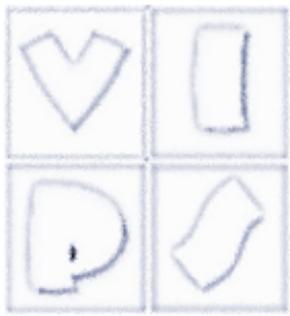
# Modello di Phong

- Modello dovuto a Phong Bui-Tran, prima metà degli anni '70
- Semplifica lo schema fisico di interazione:
  - Solo sorgenti puntiformi
  - Calcolo locale dell'equazione di illuminazione
  - No inter-riflessioni
  - Approssimazione con due costanti della funzione di riflessione
  - Simula il comportamento di materiali opachi
  - Non modella la rifrazione: no materiali trasparenti o semi-trasparenti
  - Non considera le ombre proiettate
- Le formule che seguono sono in un'unica banda cromatica: servono per la produzione di un'immagine a diversi livelli di intensità (toni di grigio) piuttosto che diversi colori
- Quando si utilizza una rappresentazione a colori RGB l'equazione viene calcolata in modo indipendente per ciascuna delle tre componenti cromatiche



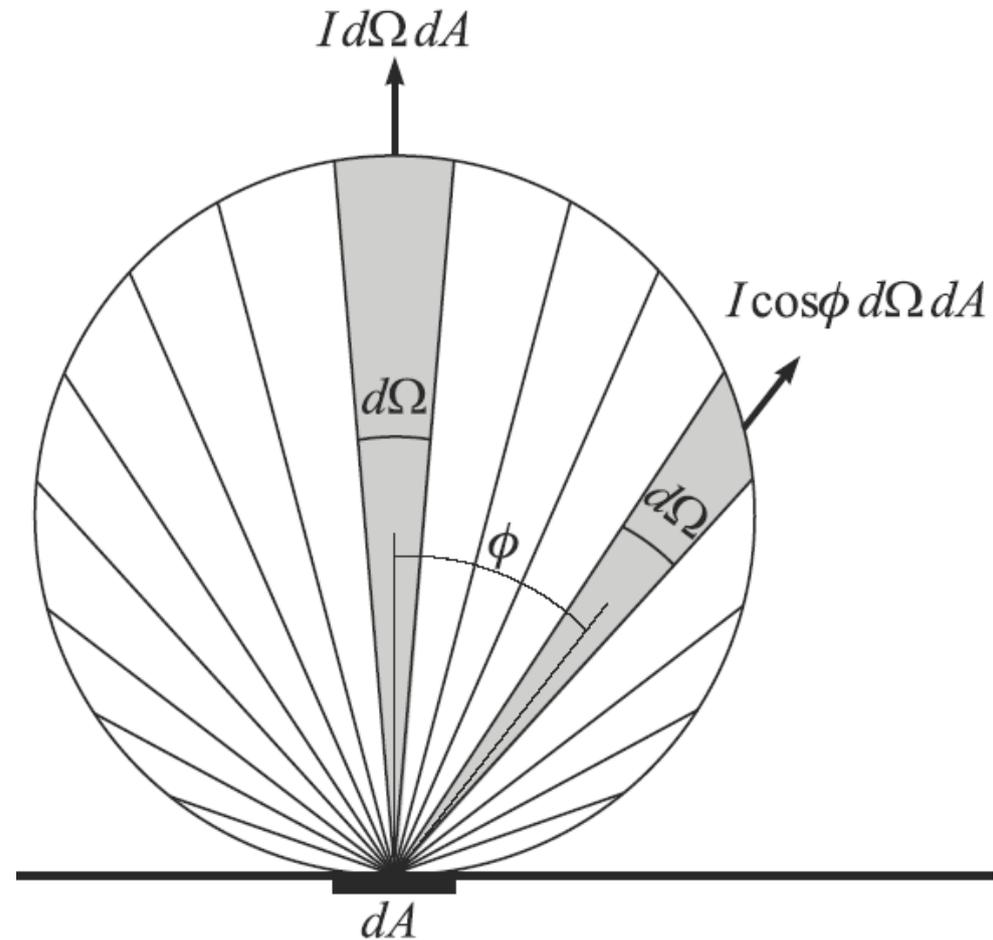
# Modello di Phong

- La luce viene considerata composta da tre componenti cromatiche R,G,B. Si calcola l'intensità indipendentemente per ogni componente cromatica, ottenendo un colore.
  - Nel seguito faremo riferimento ad una singola componente.
- Confondiamo "l'intensità luminosa"  $I$  con la radianza. La  $I$  è il valore che viene assegnato al raggio.
- Sia  $P$  il punto della superficie di cui si vuole calcolare il colore. Questo equivale a calcolare l'intensità luminosa  $I_{out}$  lungo la direzione  $v$  che congiunge  $P$  con il COP
- Modelliamo il materiale come somma di comportamenti puramente "speculari" e diffusivi (leggi di Lambert e Fresnel)
- Poi aggiungiamo alcuni termini per aggiungere realismo



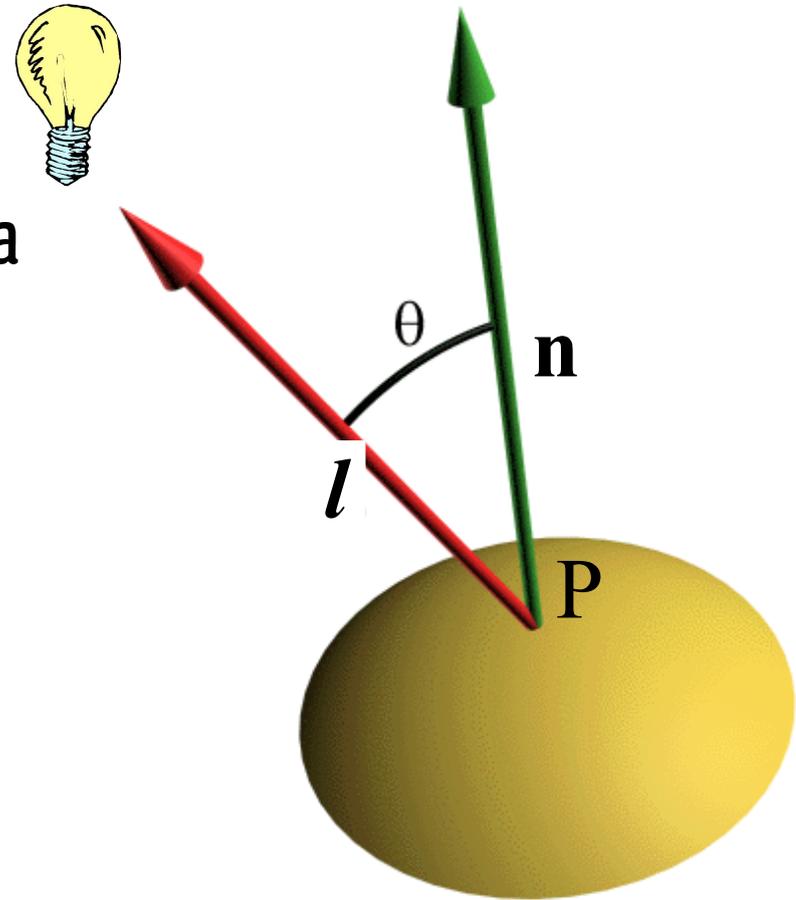
# Legge di Lambert

- Integrando su scala macroscopica: la luce si riflette uniformemente verso tutte le direzioni, con intensità proporzionale al rapporto tra la direzione del raggio incidente e la normale alla superficie in quel punto

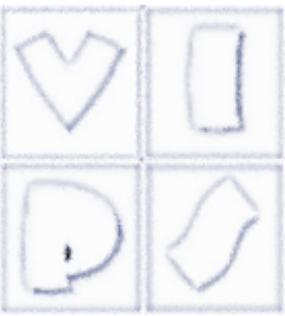


# Modellazione della riflessione diffusiva

- Sorgenti luminose puntiformi:
  - posizione nella scena
  - intensità della luce emessa
- Dipendenza solo dall'angolo tra la direzione della luce vista da P , ovvero  $l$  e la normale in P , che indichiamo con  $n$  e supponiamo di norma unitaria.
  - $\cos(\theta) = l \bullet n$

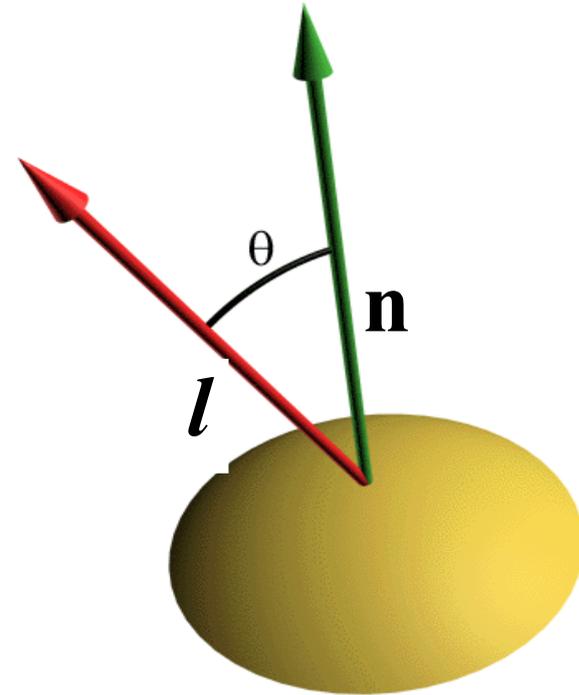


# Componente diffusiva



- Si approssima la funzione di riflessione diffusa della superficie come una costante  $k_d$  dipendente dal materiale
- Equazione di illuminazione (solo diffusiva)

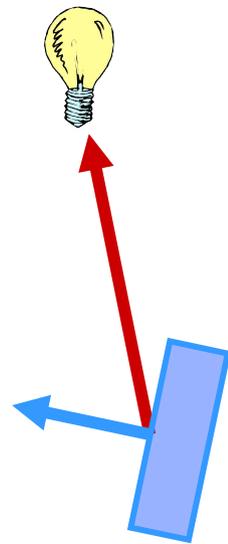
$$I_d^{out} = I k_d \cos \theta = I k_d (\mathbf{n} \cdot \mathbf{l})$$



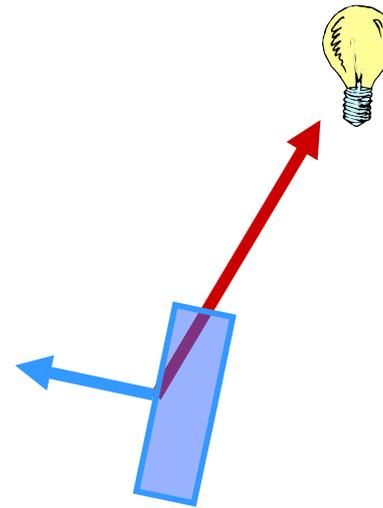
- Simula il comportamento di alcuni materiali (per esempio il gesso, o il coccio) i quali riflettono la luce che ricevono in maniera uniforme in tutte le direzioni

# Componente diffusiva

Nota: si considera solo per valori di  $\theta$  compresi tra  $0$  e  $\pi/2$

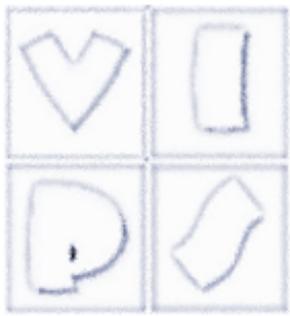


**OK**

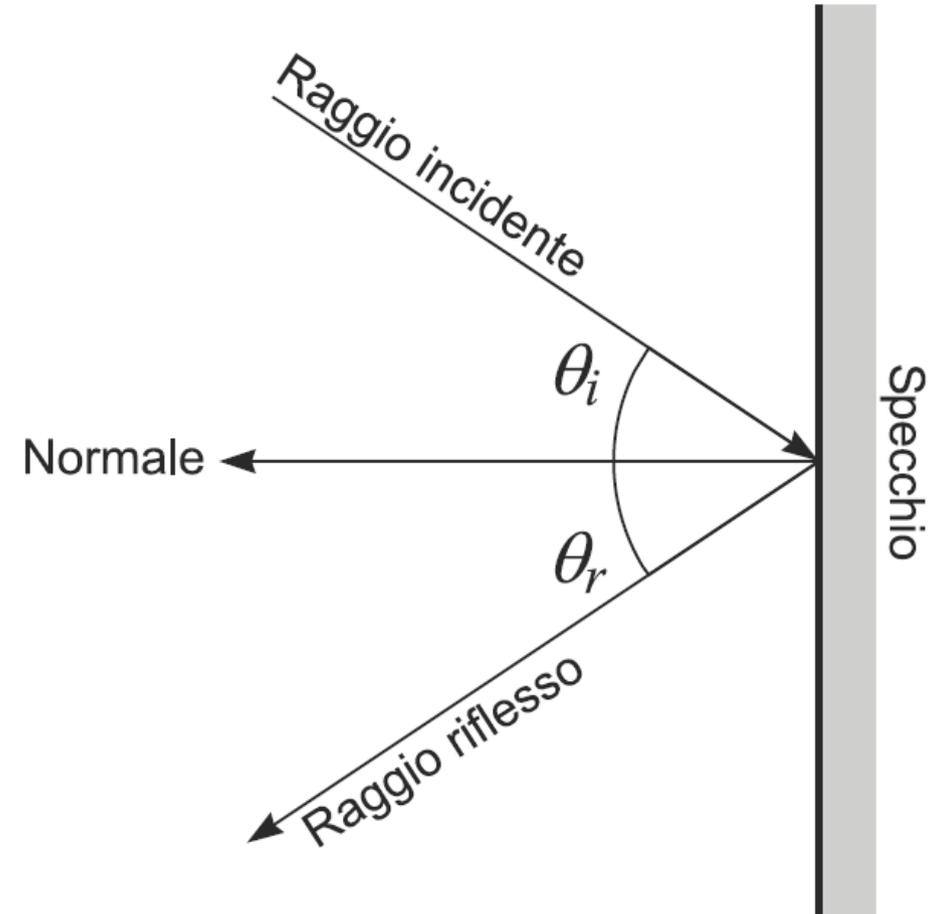


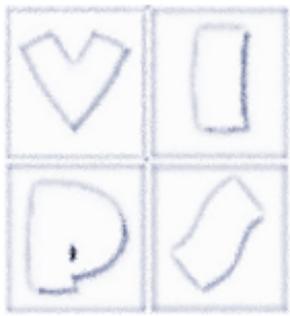
**NO**

# Componente speculare



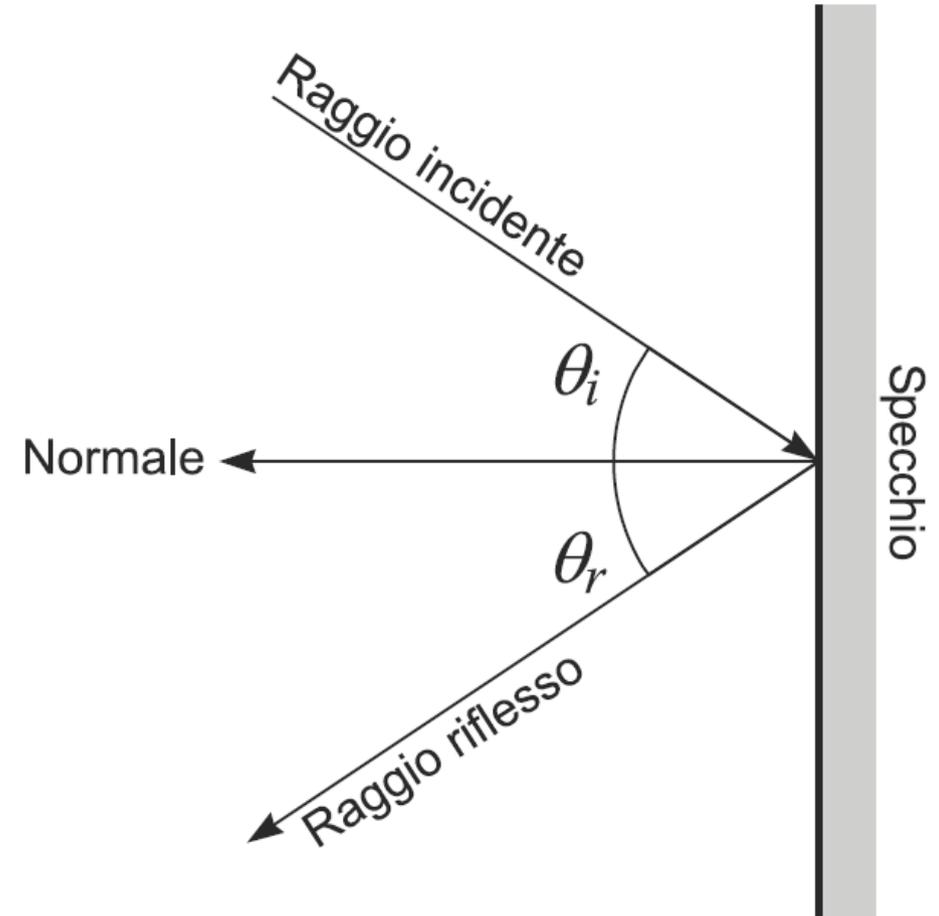
- Legge di Fresnel:
  - Quando un raggio di luce passa da un mezzo ad un altro con diverso indice di rifrazione raggiunta la superficie di separazione parte del raggio viene riflessa e parte trasmessa
- La somma delle energie dei due raggi è uguale all'energia del raggio originale





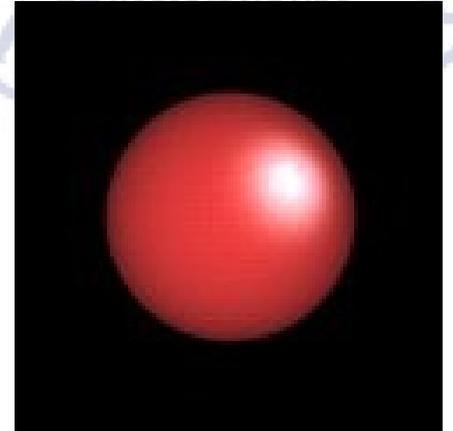
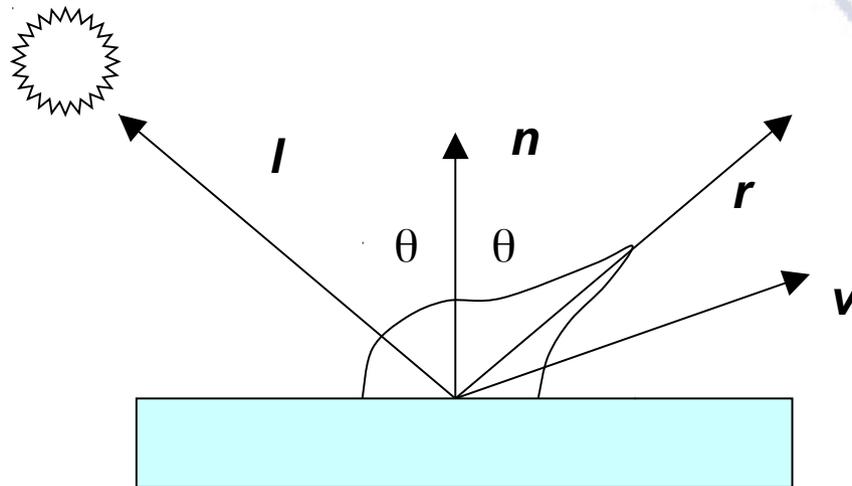
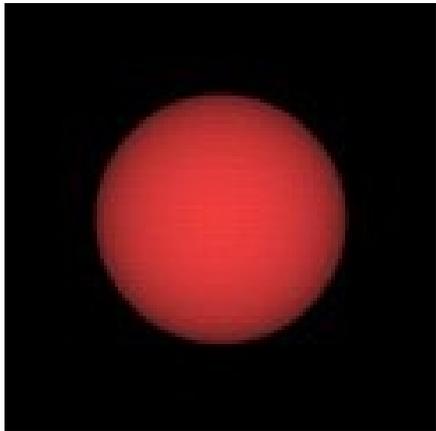
# Legge di Fresnel

- Se da aria a corpo solido non c'è rifrazione si ha solo riflessione
- L'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione
- Vale per materiali molto lisci e lucidi

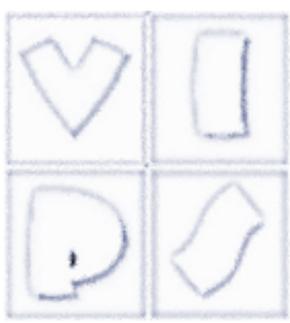


# Riflessione speculare

- Idea i materiali lucidi sono riflettori non perfetti
  - La riflessione non è lungo una sola direzione, ma in un intorno

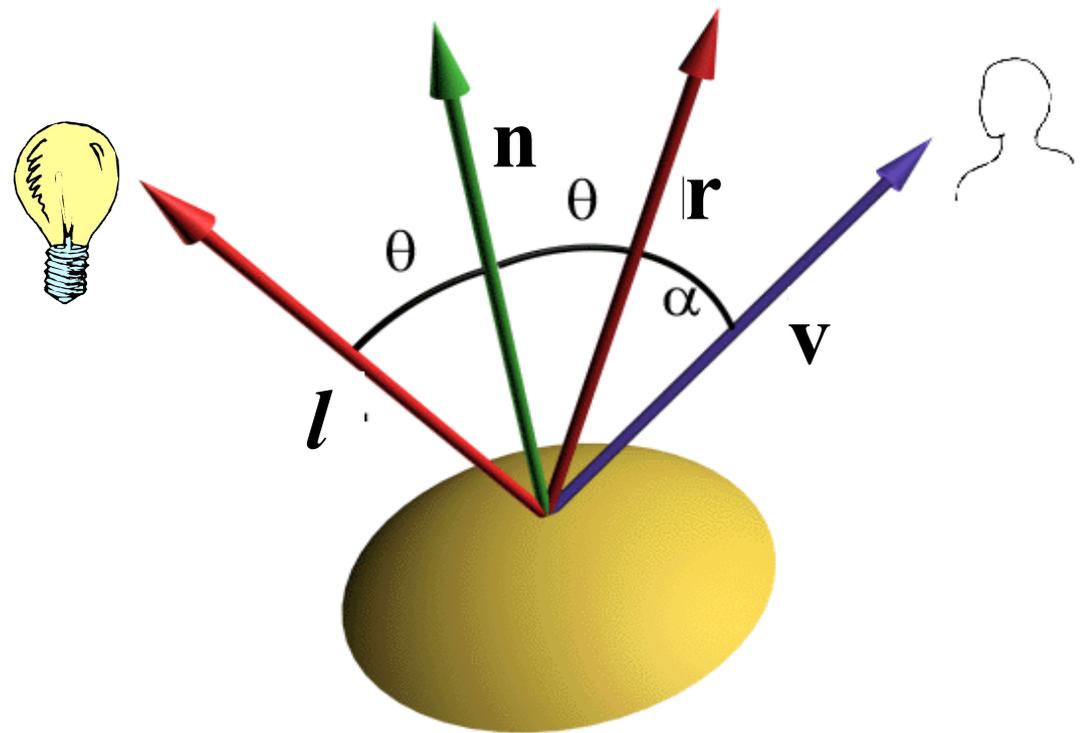


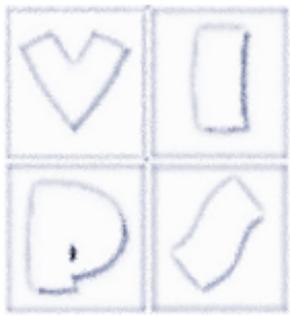
- Approssimazione empirica di una riflessione più realistica rispetto alla legge di Fresnel
- Conseguenza: specular highlight. Simula superfici lucide in generale



# Modellazione della riflessione speculare

- Dipendenza dall'angolo  $\alpha$  compreso tra la direzione di riflessione ideale e la direzione di vista
- Riflessione massima per  $\alpha = 0$
- Decadimento più o meno rapido all'aumentare di  $\alpha$



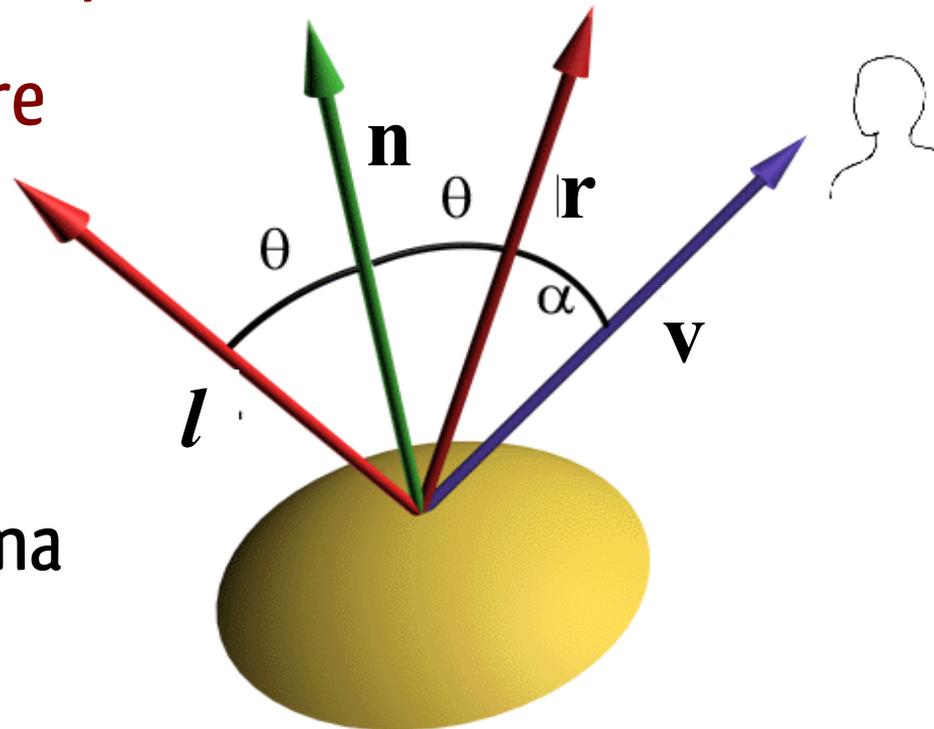


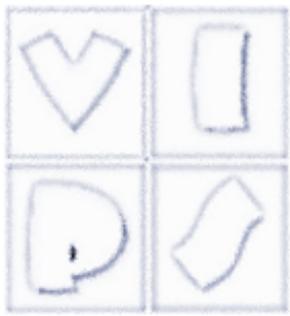
# Modellazione della riflessione speculare

- Phong (1975) introduce il seguente modello empirico per la componente speculare

$$I_s^{out} = I k_s (\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^n$$

- ove  $k_s$  è il **coefficiente di riflessione speculare**
- e  $n$  l'**esponente di riflessione speculare** del materiale.
- $n$  modula la lucidità della superficie.
- Per  $n$  che tende ad infinito si ha una **riflessione speculare perfetta**.



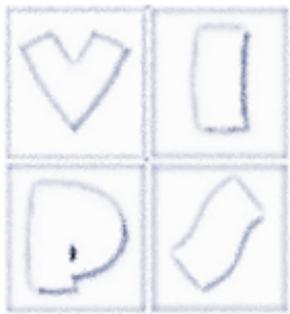


# Modellazione della riflessione speculare

- La formulazione di Blinn (1977) è leggermente diversa:

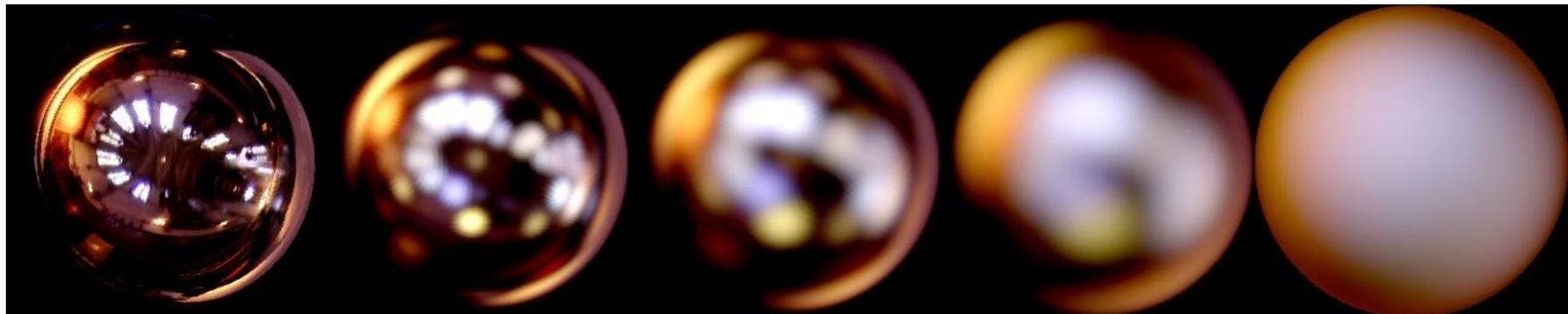
$$I_s^{out} = I k_s (\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n \quad \text{dove } \mathbf{h} = \frac{\mathbf{l} + \mathbf{v}}{\|\mathbf{l} + \mathbf{v}\|}$$

- $\mathbf{h}$  è detto “halfway vector”, ed è il vettore che biseca l’angolo formato da  $\mathbf{l}$  e  $\mathbf{v}$ .
- Il vantaggio della formulazione di Phong-Blinn è che gestisce bene il caso in cui l’angolo tra  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{v}$  sia  $> \pi/2$ 
  - l’angolo tra  $\mathbf{n}$  ed  $\mathbf{h}$  non è lo stesso che c’è tra  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{v}$ : lo stesso esponente non produce lo stesso effetto.
- entrambi sono modelli empirici, privi di significato fisico, che hanno il merito di simulare credibilmente superfici lucide.

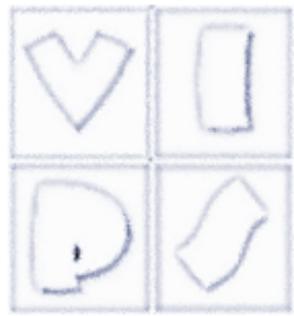


# Specchi e materiali lucidi

- Motivazione
  - Quando i materiali diventano più ruvidi il comportamento speculare si smorza e gli highlight si allargano
- Ma il modello di Phong o Blinn-Phong non è fisicamente valido
  - Non conserva l'energia



Roughness →

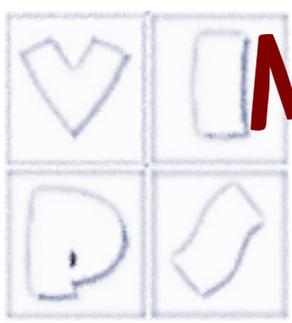


# Componente ambientale

- Le inter-riflessioni tra oggetti diversi nella scena non sono trattate nel modello di Phong
- Effetto parzialmente simulato da una componente “ambientale”:

$$I^{\text{out}} = I_a k_a$$

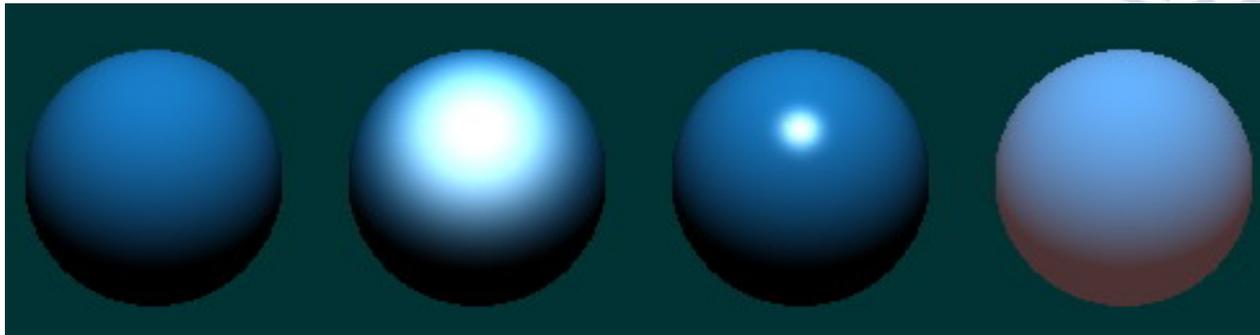
- $I_a$  modella la radiazione luminosa totale emessa nella scena
- $k_a$  modella la riflettività del materiale
- $I_a$  è costante per tutti i punti di tutti gli oggetti



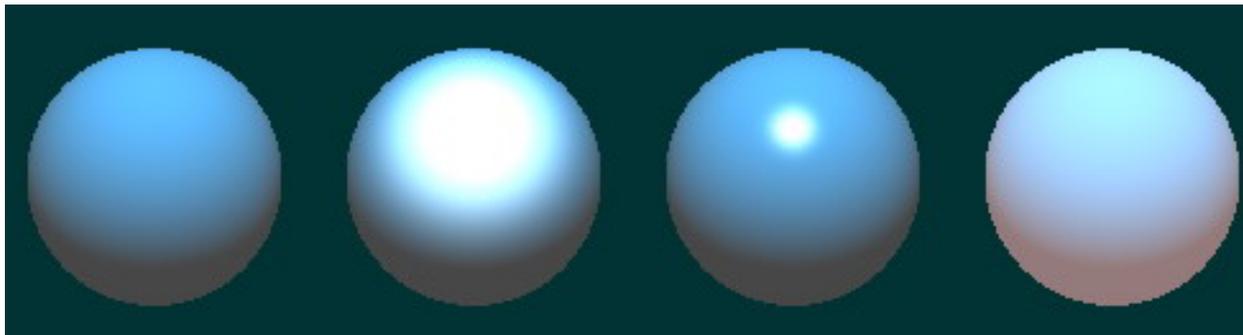
# Modellazione della componente ambientale

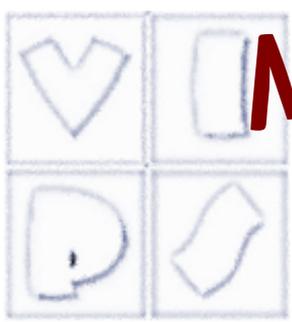
- La componente ambientale aggiunge realismo alla scena

Senza



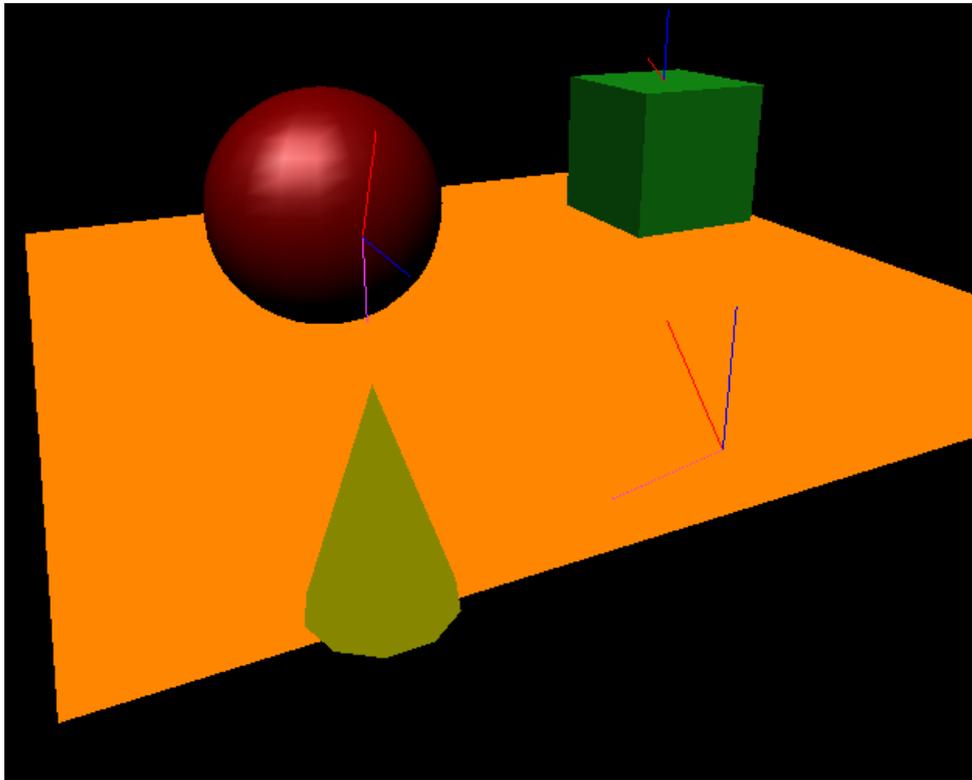
Con



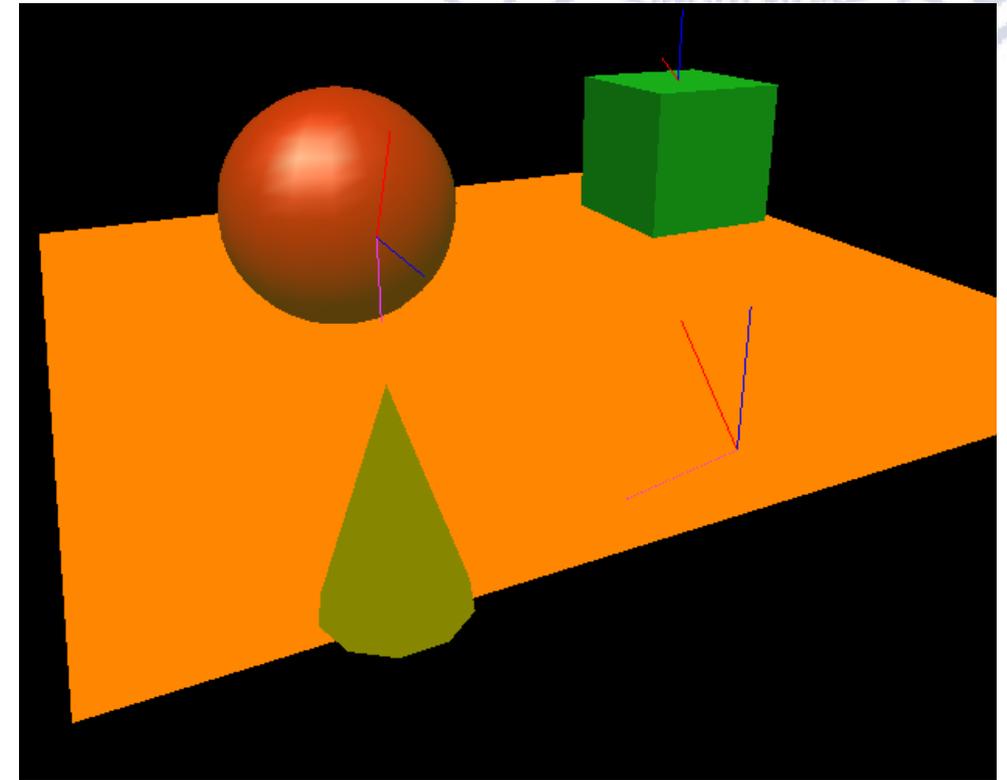


# Modellazione della componente ambientale

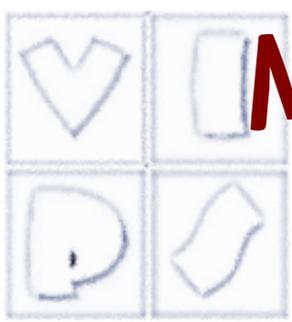
- La componente ambientale aggiunge realismo alla scena



Senza

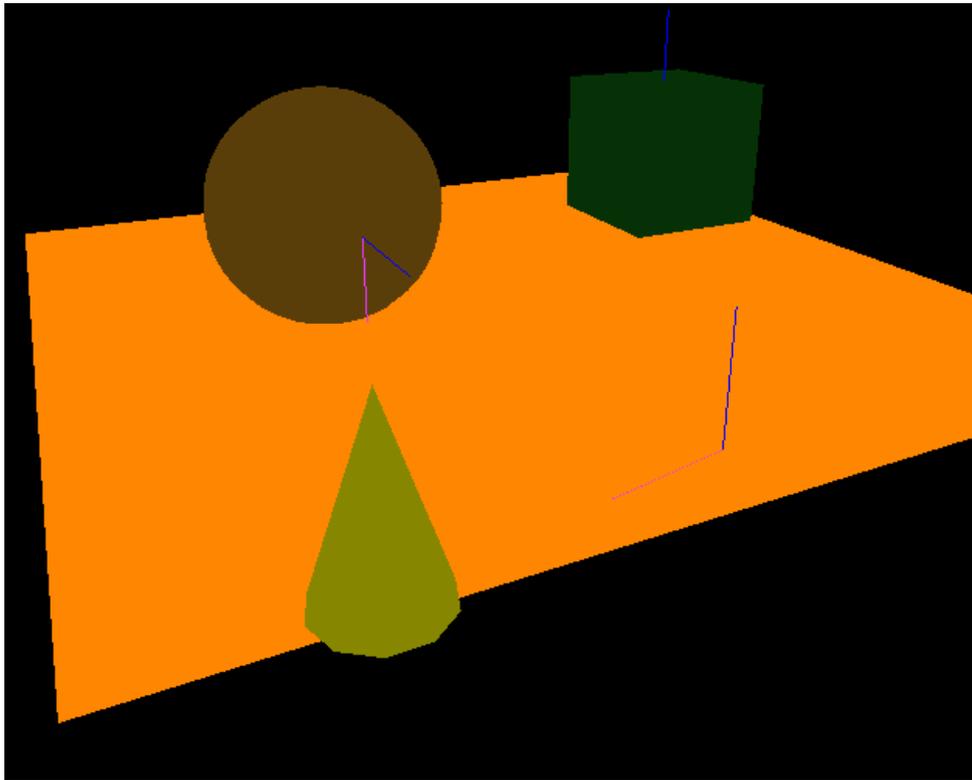


Con

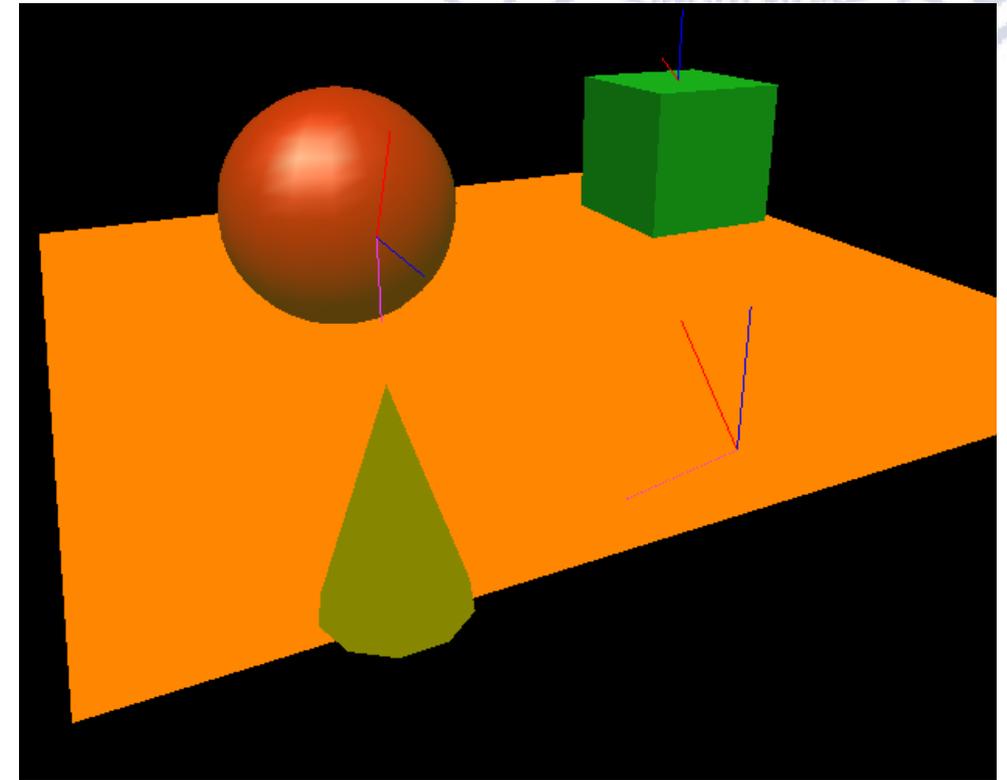


# Modellazione della componente ambientale

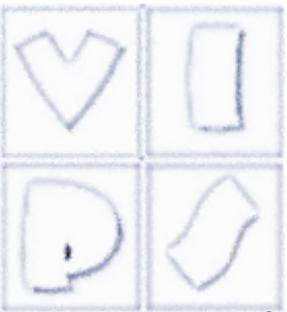
- Ma da sola non basta!



Solo ambientale



Con riflessioni



# Mettere tutto insieme

- Tutti i contributi descritti si vanno a sommare per calcolare l'illuminazione

$$I^{out} = I_a k_a + I (k_d(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}) + k_s(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n)$$

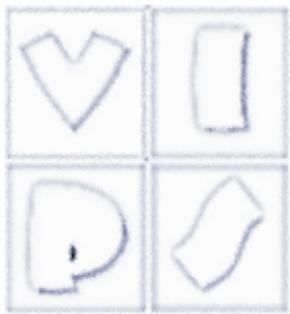
- Se si stanno considerando i colori, allora sia le intensità della luce che i coefficienti del materiale vanno definiti per ogni componente (r,g,b)

$$I^{r,out} = I_a^r k_a^r + I^r (k_d^r(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}) + k_s^r(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n)$$

$$I^{g,out} = I_a^g k_a^g + I^g (k_d^g(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}) + k_s^g(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n)$$

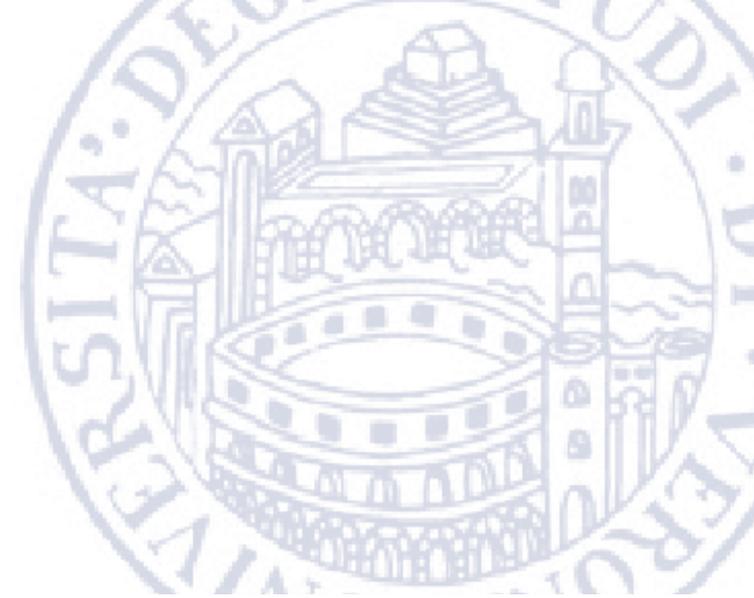
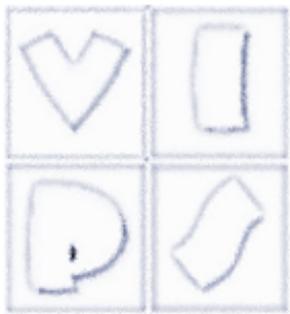
$$I^{b,out} = I_a^b k_a^b + I^b (k_d^b(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}) + k_s^b(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n)$$

- I coefficienti di diffusione e ambientali di solito sono uguali
  - La superficie appare del colore specificato dalla terna di coefficienti quando illuminata da luce bianca.
  - Le riflessioni speculari (highlights) invece sono di solito del colore



# Note

- Si parla di modello di Phong, anche se, a rigore, il contributo di Phong riguarda il solo termine speculare.
- Nella forma più generale, prevede tre componenti separate: luce speculare  $I^s$  (riflessa specularmente dalle superfici), luce diffusa  $I^d$  (diffusa dalle superfici), e luce ambientale  $I^a$
- Nella trattazione sopra abbiamo assunto  $I^s = I^d = I$ .
- Il fatto che una sorgente di luce non emetta luce e basta, ma luce di tre tipi diversi non ha un significato fisico, ma può servire a rendere il modello più flessibile (per simulare effetti globali). Per esempio, la luce ambientale la potrà in generale avere un colore diverso dalla  $I$ , rendendo magari più realistico l'effetto della mutua illuminazione tra le superfici: in una stanza con le pareti rosse, la luce ambientale è rossa
- Inoltre, la luce ambientale è associata ad ogni sorgente e non è un termine globale unico, così quando una luce viene spenta (o accesa) l'illuminazione ambientale diminuisce (o aumenta)



(1) Ambientale

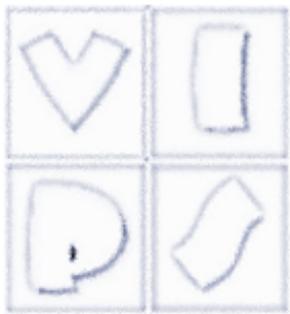


(2) Ambientale + Diffusa

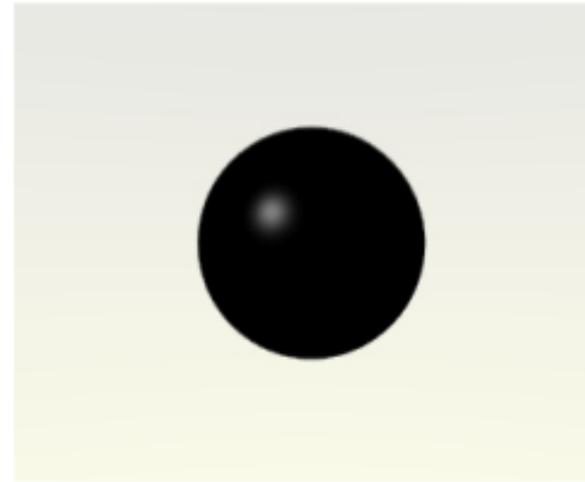


(3) Ambientale + Diffusa + Speculare

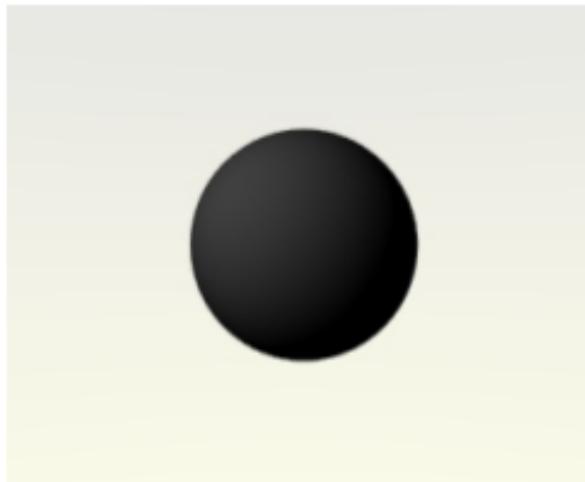
©Alan Watt



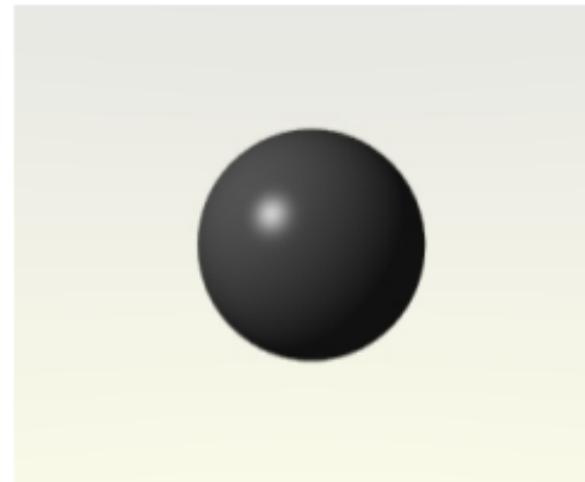
(4) Ambientale



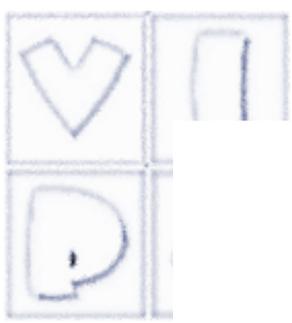
(5) Speculare



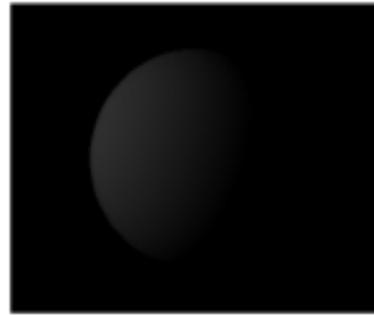
(6) Diffusa



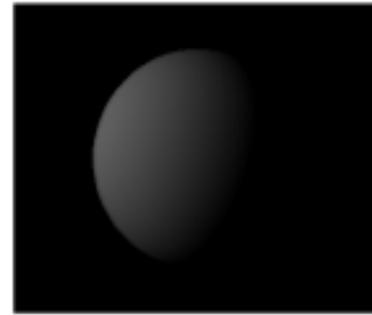
(7) Totale



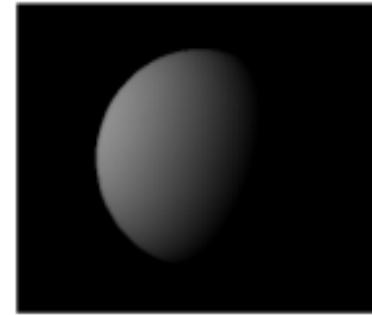
$I_a = 0$



(8)  $k_d = 0.3$

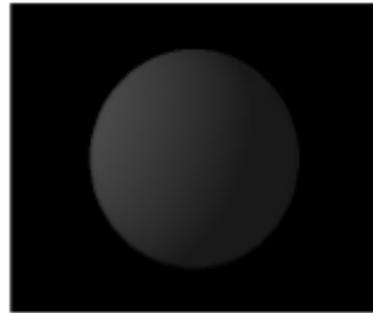


(9)  $k_d = 0.6$

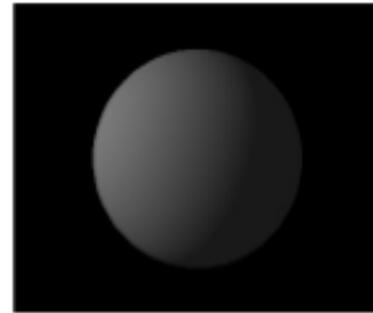


(10)  $k_d = 0.9$

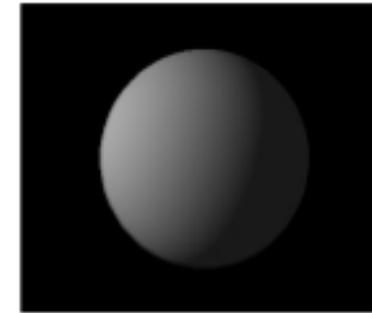
$I_a = 0.1$



(11)  $k_d = 0.3$



(12)  $k_d = 0.6$

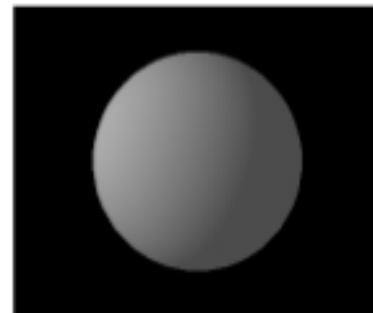


(13)  $k_d = 0.9$

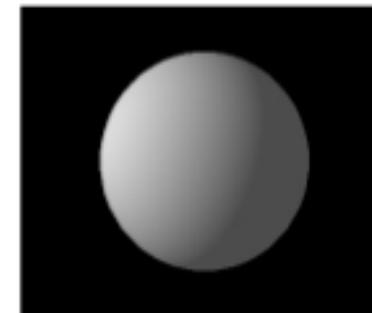
$I_a = 0.3$



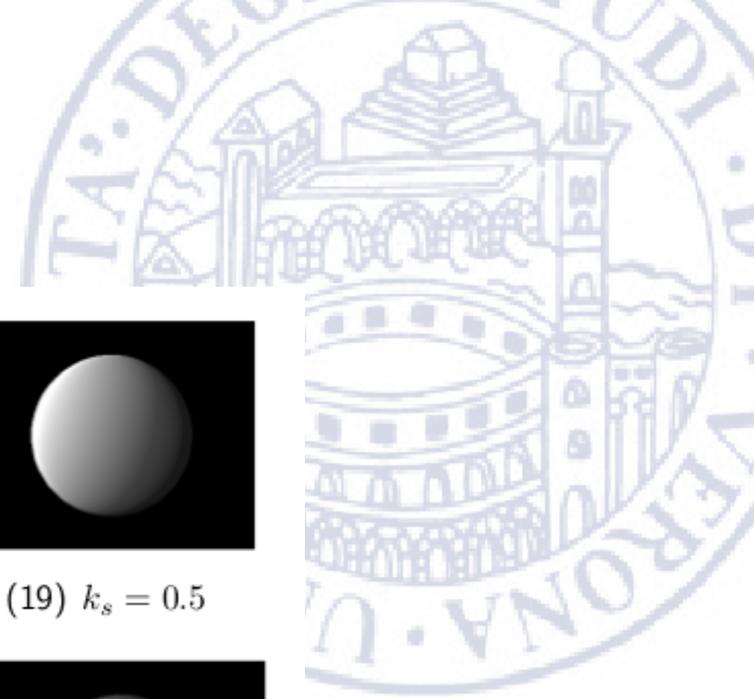
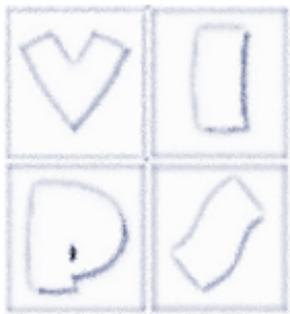
(14)  $k_d = 0.3$



(15)  $k_d = 0.6$



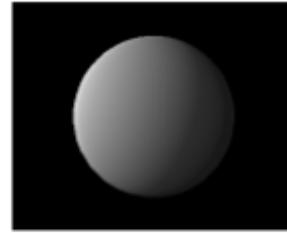
(16)  $k_d = 0.9$



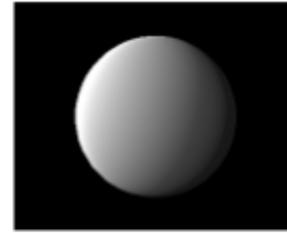
$n = 1$



(17)  $k_s = 0.1$

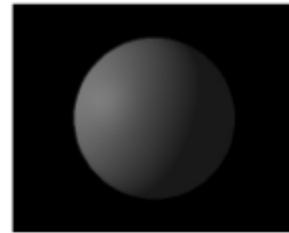


(18)  $k_s = 0.25$

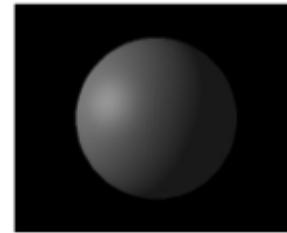


(19)  $k_s = 0.5$

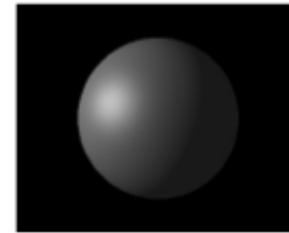
$n = 20$



(20)  $k_s = 0.1$

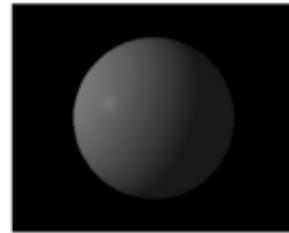


(21)  $k_s = 0.25$

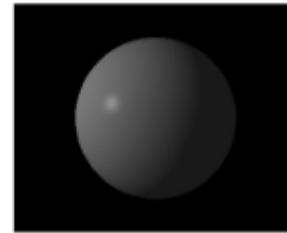


(22)  $k_s = 0.5$

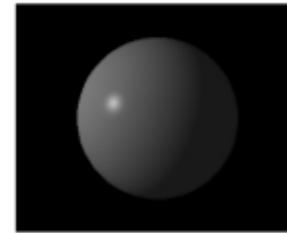
$n = 200$



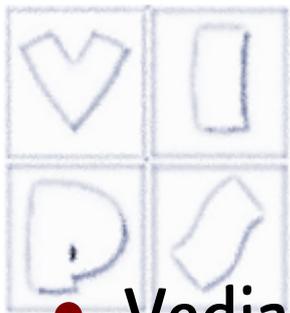
(23)  $k_s = 0.1$



(24)  $k_s = 0.25$



(25)  $k_s = 0.5$



# BRDF di Phong

- Vediamo come connettere il modello locale di Phong con l'equazione della radianza, per capire che tipo di approssimazioni sono state fatte.
- Abbiamo introdotto le sorgenti di luce puntuali, che sono distinte dagli oggetti della scena, dunque per tutte le superfici della scena  $L_e = 0$ .
- Per determinare la “intensità” di un punto si deve calcolarne la radianza uscente nella direzione  $\omega$  che lo unisce al COP:
- Dobbiamo quindi calcolare:

$$L(x, \omega) = \int_{\Omega} L(x, \omega_i) \rho(x, \omega_i, \omega) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i$$



- Ma esiste una sola direzione lungo la quale il contributo all'integrale è diverso da zero: la direzione  $\omega_L$  che punta alla sorgente luminosa. Otteniamo dunque:

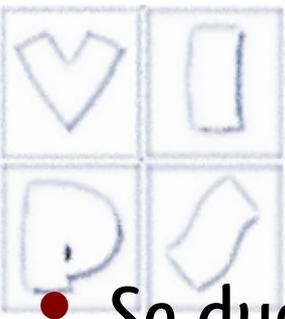
$$L(x, \omega) = L(x, \omega_L) \rho(x, \omega_L, \omega) (\omega_L \cdot \mathbf{n}) d\omega$$

- Confrontando con il modello di Phong (senza il termine ambientale)

$$I^{out} = I \left( k_d + k_s \frac{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n}{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l})} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{l})$$

- e confondendo la radianza uscente  $L(\mathbf{x}, \omega)$  con la intensità  $I^{out}$  e l'irradianza  $L(\mathbf{x}, \omega_L) d\omega$  con  $I$  si vede che la BRDF di Phong è:

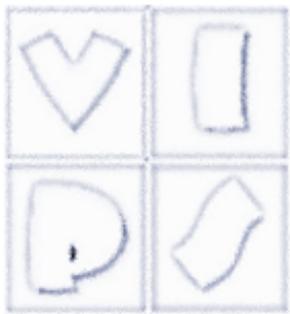
$$\rho(x, \omega_i, \omega_r) = k_d + k_s \frac{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^n}{(\mathbf{n} \cdot \omega_i)} \quad \text{dove } \mathbf{h} = \frac{\omega_i + \omega_r}{\|\omega_i + \omega_r\|}$$



# Attenuazione

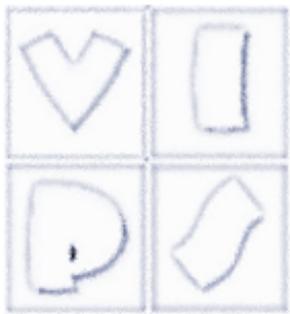
- Se due superfici distinte e parallele nella scena, costituite dallo stesso materiale, si sovrappongono nell'immagine, è impossibile distinguere dove finisce una e comincia l'altra, poiché avranno esattamente lo stesso colore, in base al modello locale.
- Per ottenere risultati più realistici, in genere si introduce un coefficiente di attenuazione della luce,  $f_{att}$ , che moltiplica la luce incidente  $I$ , per tener conto che l'intensità emessa da un punto che raggiunge una superficie decresce con l'inverso del quadrato della distanza:

$$f_{att} = \begin{cases} \frac{1}{c_1 + c_2 d_L + c_3 d_L^2} & \text{se } \frac{1}{c_1 + c_2 d_L + c_3 d_L^2} < 1 \\ 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$



# Emissione

- Si può associare ad un oggetto una intensità di emissione le
- da aggiungere all'intensità calcolata con la formula di Phong.
- L'effetto di tale termine è che l'oggetto emette un proprio colore oltre alla luce riflessa dalla sorgente luminosa.
- Da notare che siccome stiamo lavorando con un modello locale, la luce emessa in questo modo da un oggetto influenza l'apparenza solo di quell'oggetto e non l'apparenza degli oggetti vicini (ovviamente poco realistico).
- Ovvero: un corpo emissivo non si comporta come una sorgente luminosa, in questo modello locale



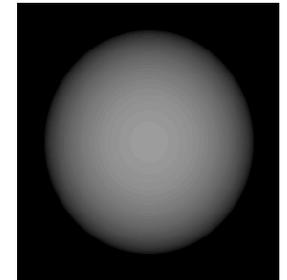
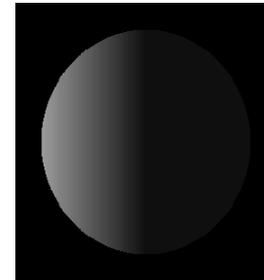
# Funziona?

- Il risultato è accettabile per molte applicazioni, ma non è perfettamente realistico e non solo per le approssimazioni dette
- Davvero i materiali opachi e lucidi seguono queste leggi?
- No. I materiali opachi non appaiono rispettare la legge del coseno. Il colore non è realmente indipendente dal viewpoint
- Gli highlight si comportano diversamente luminosità contenuta, alta a angoli radenti, e hanno colore variabile

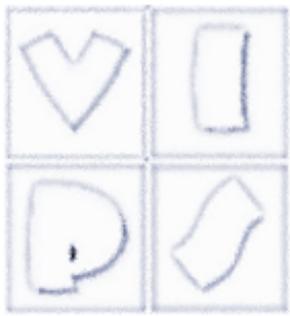


09/02/17

FCG - Master CGD 2017

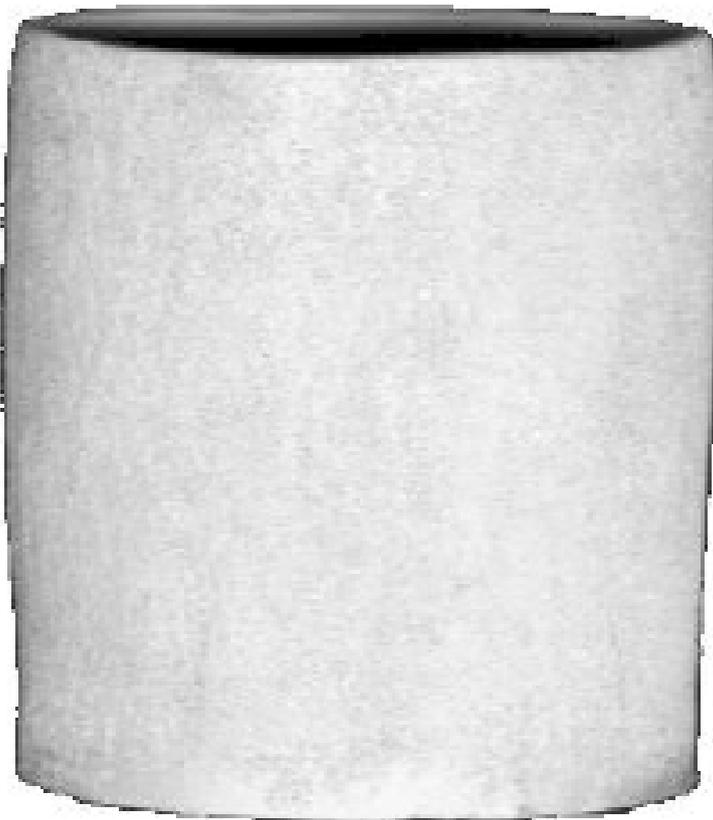


74

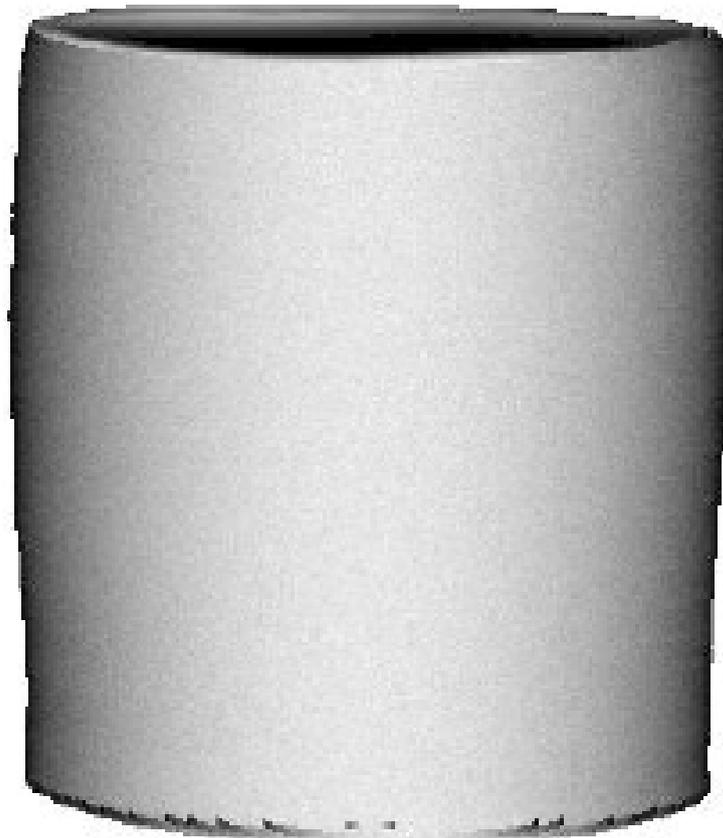


# Leggi diverse?

- Negli oggetti opachi reali non ci sono bordi così scuri...

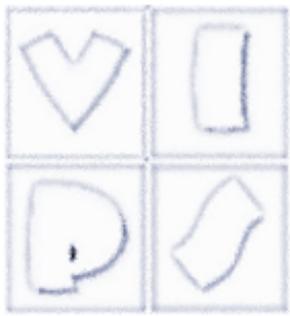


Actual Vase



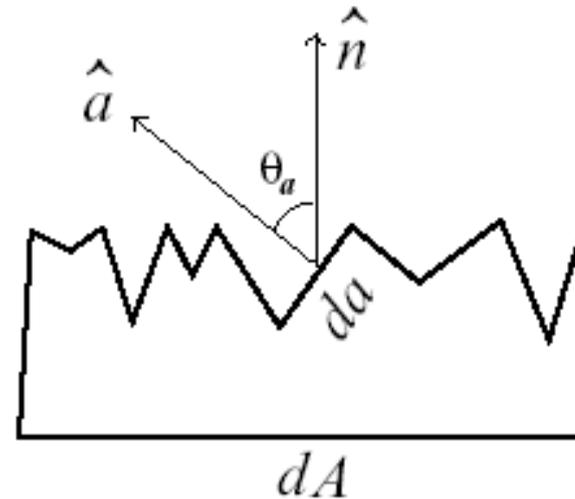
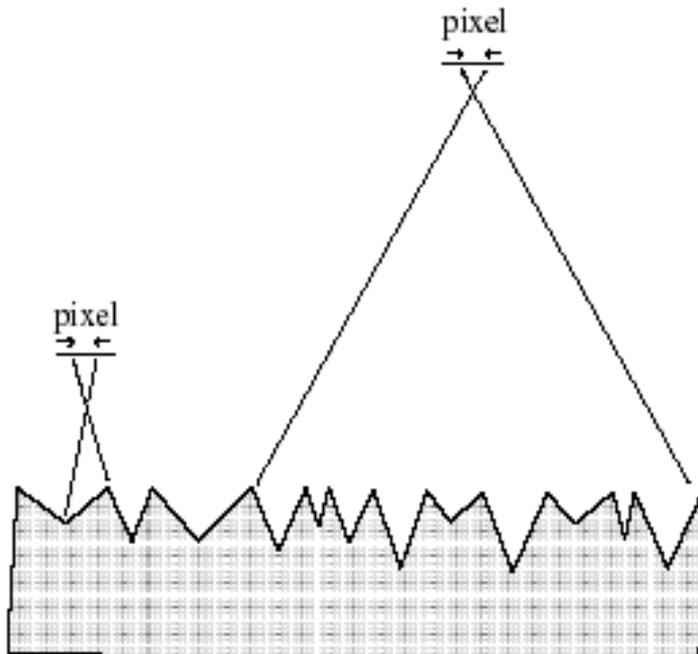
Lambertian Vase

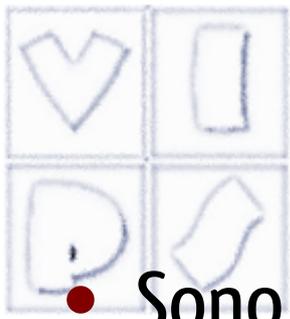
# Modelli alternativi



- Microfacet models

- La superficie ha una distribuzione di faccette orientate che riflettono i raggi lambertiane





# Modelli basati su microfacet

- Sono stati proposti modelli come quello di Torrance-Sparrow per la riflessione speculare e quello di Oren-Nayar per la riflessione diffusiva che modellano i fenomeni in funzione della rugosità della superficie modellando le riflessioni sulle microfacette

# Torrance-Sparrow BRDF – Different Factors

Fresnel term:  
allows for wavelength  
dependency

Geometric Attenuation:  
reduces the output based on the  
amount of shadowing or masking that  
occurs.

$$f = \frac{F(\theta_i)G(\omega_i, \omega_r)D(\theta_h)}{4 \cos(\theta_i) \cos(\theta_r)}$$

Distribution:  
distribution function  
determines what  
percentage of  
microfacets are  
oriented to reflect in  
the viewer direction.

How much of the  
macroscopic surface  
is visible to the light  
source

How much of the  
macroscopic  
surface is visible  
to the viewer

# Oren-Nayar Model – Different Factors

Fresnel term:  
allows for wavelength  
dependency

Geometric Attenuation:  
reduces the output based on the  
amount of shadowing or masking that  
occurs.

$$f = \frac{F(\theta_i)G(\omega_i, \omega_r)D(\theta_h)}{4 \cos(\theta_i) \cos(\theta_r)}$$

How much of the  
macroscopic surface  
is visible to the light  
source

~~How much of the  
macroscopic  
surface is visible  
to the viewer~~

~~Distribution:  
distribution function  
determines what  
percentage of  
microfacets are  
oriented to reflect in  
the viewer direction.~~

# Oren-Nayar Model – Different Factors

Fresnel term:  
allows for wavelength  
dependency

Geometric Attenuation:  
reduces the output based on the  
amount of shadowing or masking that  
occurs.

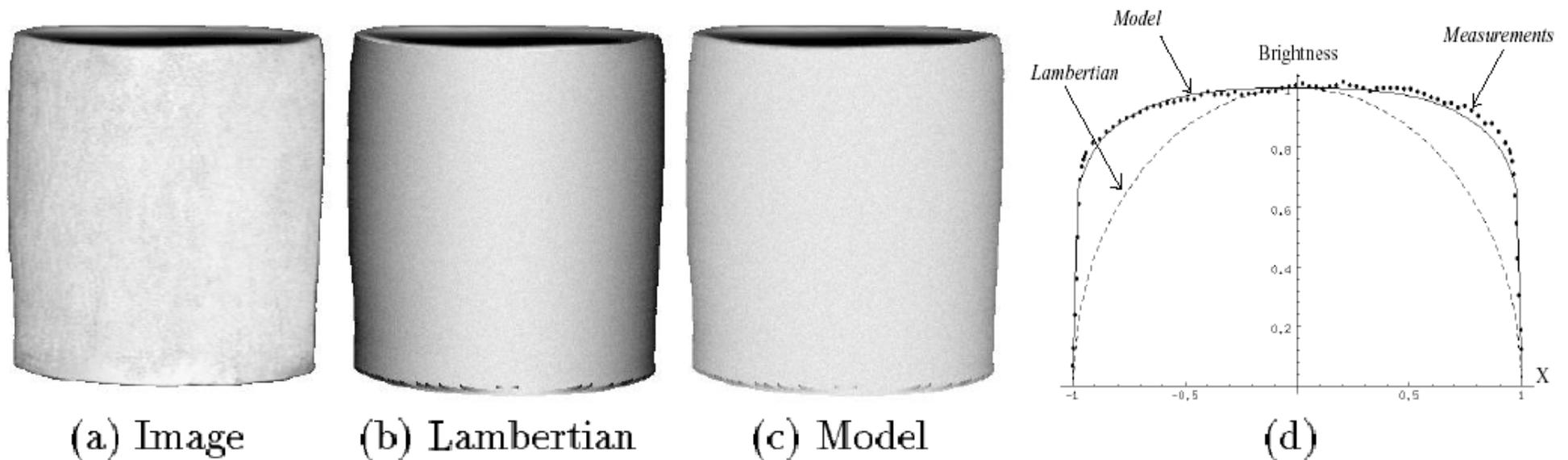
$$f = \frac{F(\theta_i)G(\omega_i, \omega_r)D(\theta_h)}{4 \cos(\theta_i) \cos(\theta_r)}$$

Distribution:  
distribution function  
determines what  
fraction of the  
surface area do the  
facets of the same  
orientation cover?

How much of the  
macroscopic surface  
is visible to the light  
source

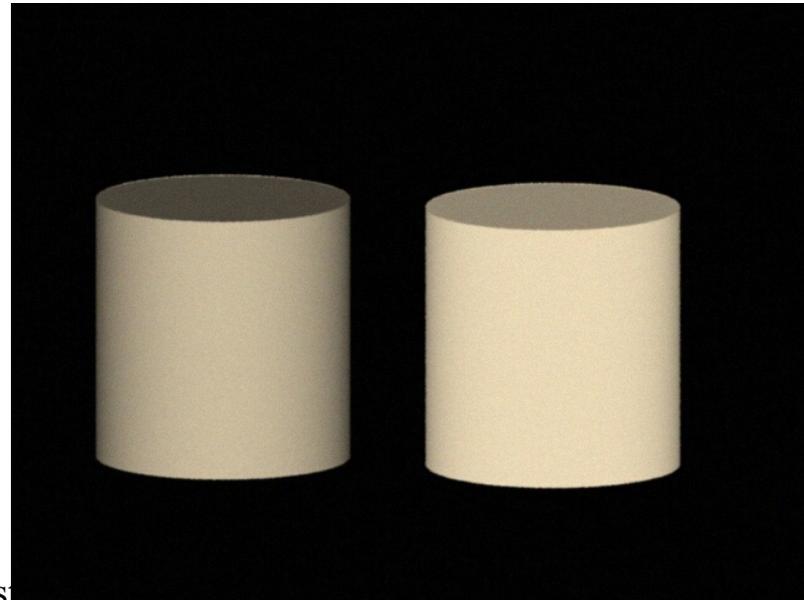
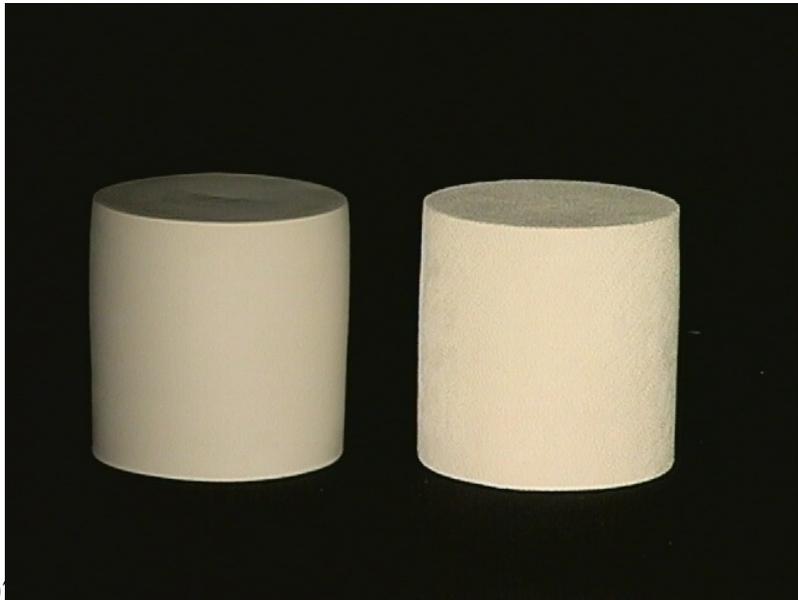
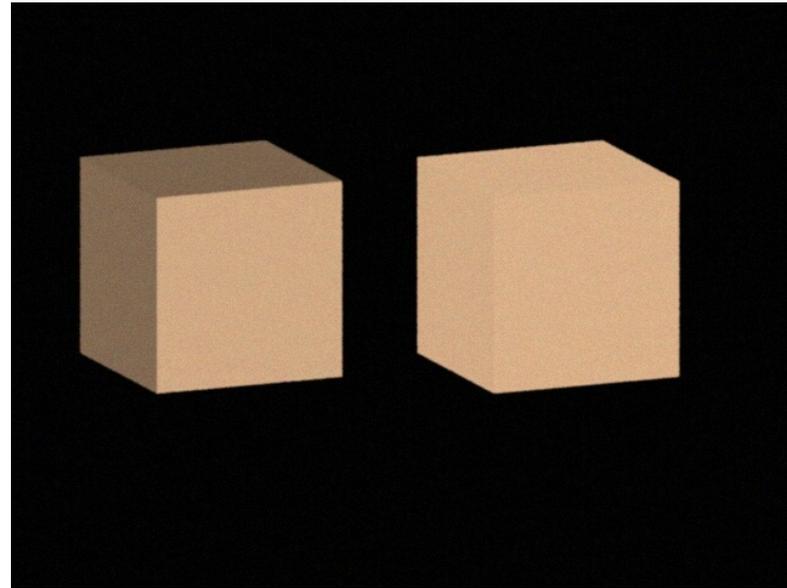
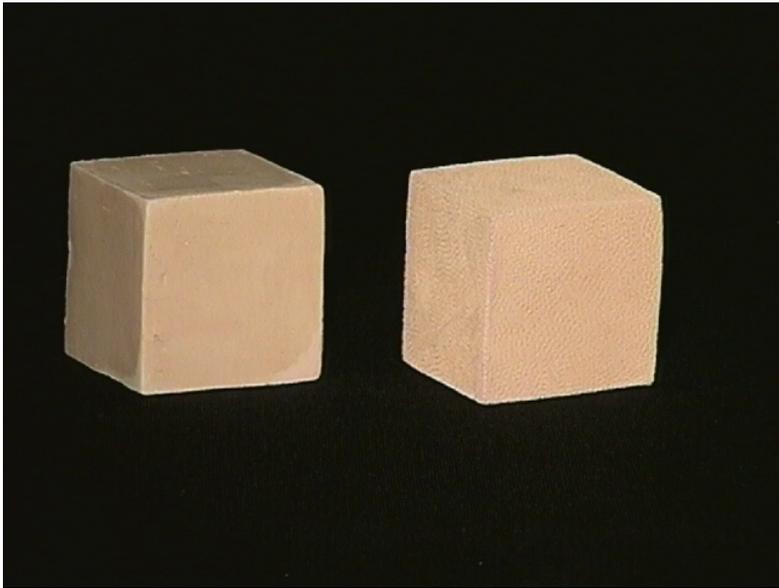
~~How much of the  
macroscopic  
surface is visible  
to the viewer~~

## Comparison to Ground Truth

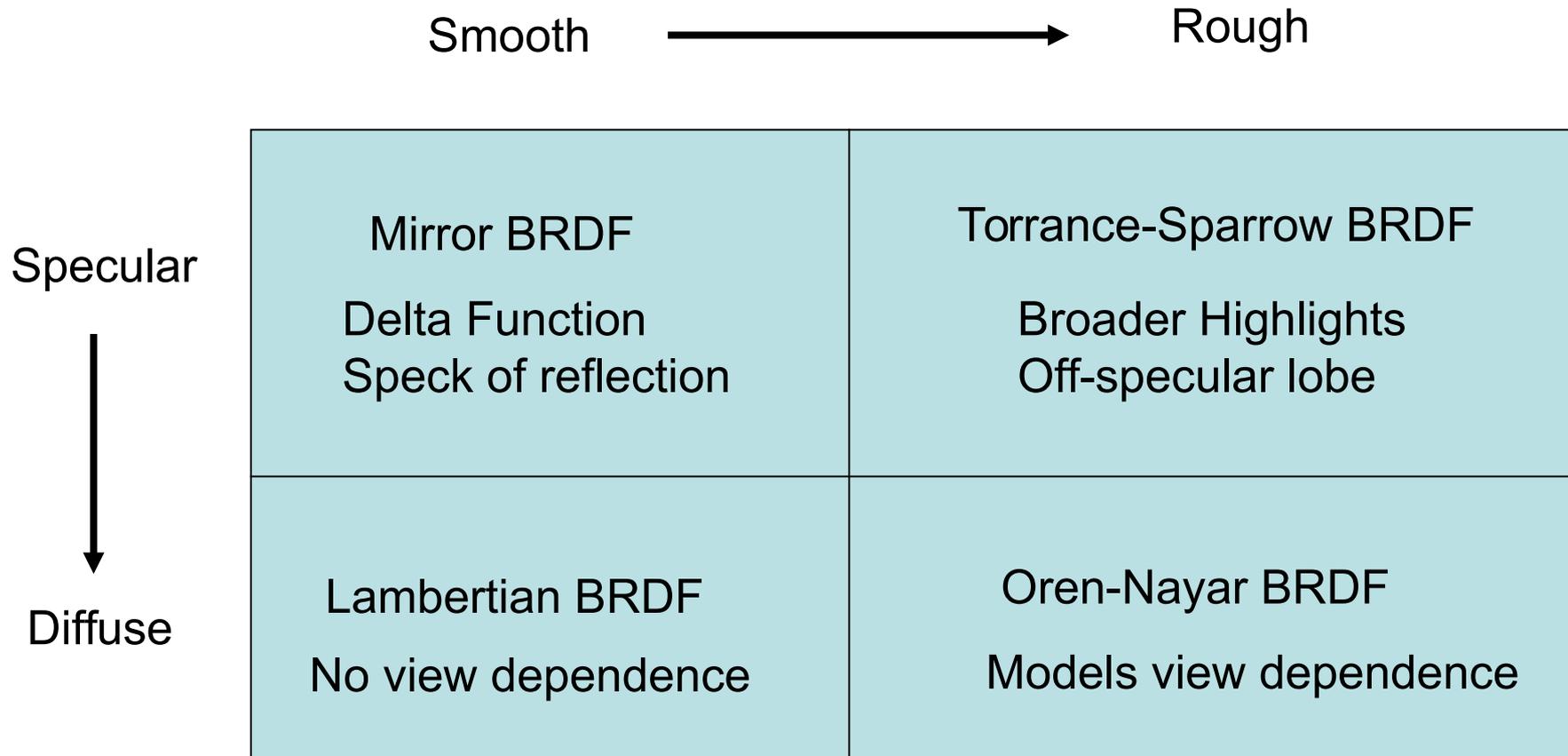


**Fig. 7.** (a-c) Real image of a cylindrical clay vase compared with images rendered using the Lambertian and proposed models. Illumination is from the direction  $\theta_i = 0^\circ$ . (d) Comparison between image brightness along the cross-sections of the three vases.

# Comparison to Ground Truth

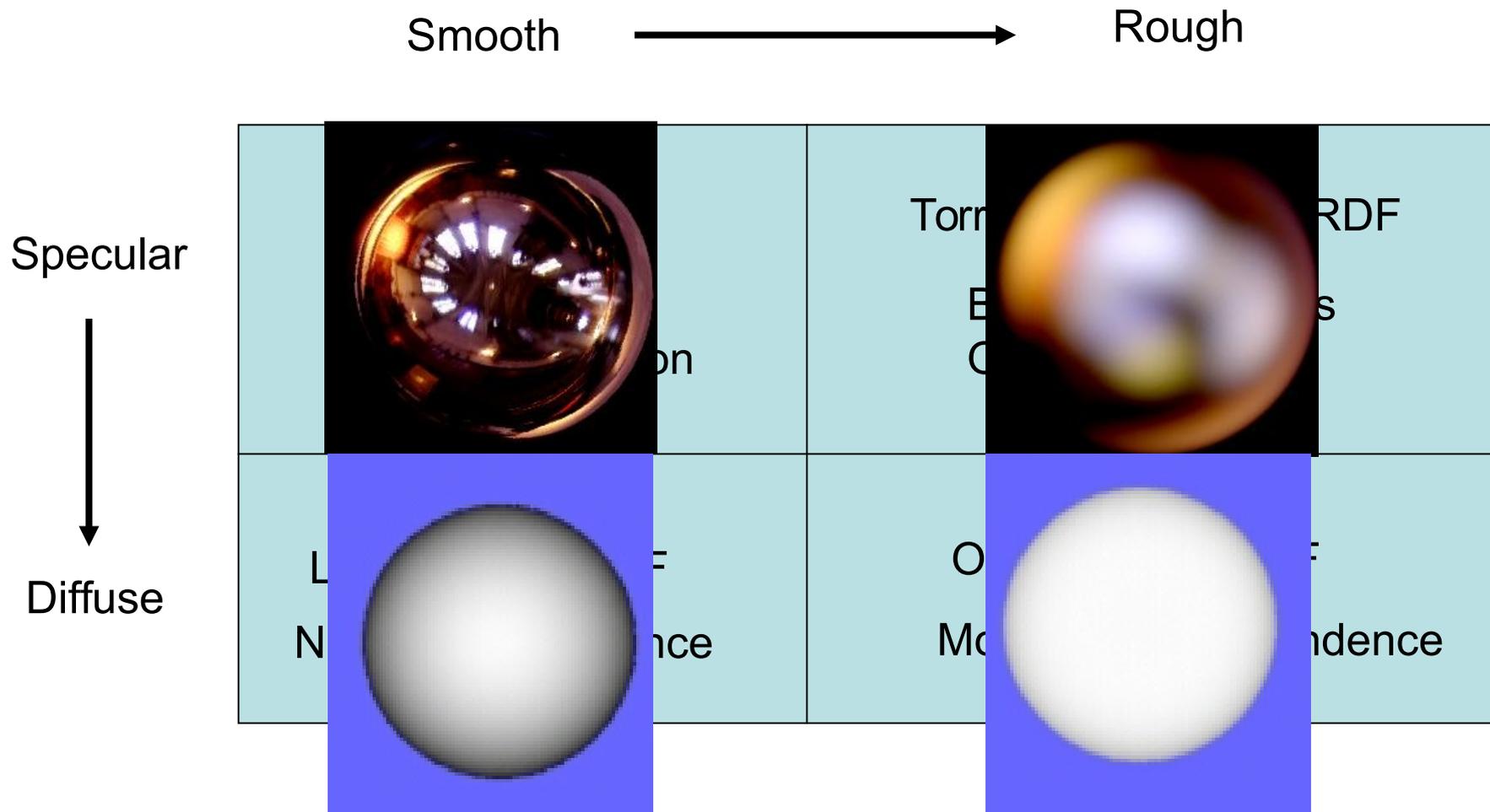


# Summary of Surfaces and BRDFs

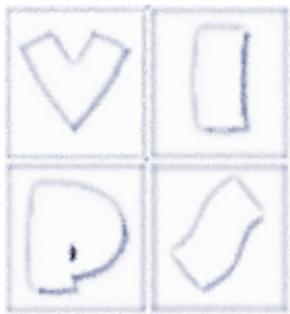


Many surfaces may be rough and show both diffuse and surface reflection.

# Summary of Surfaces and BRDFs



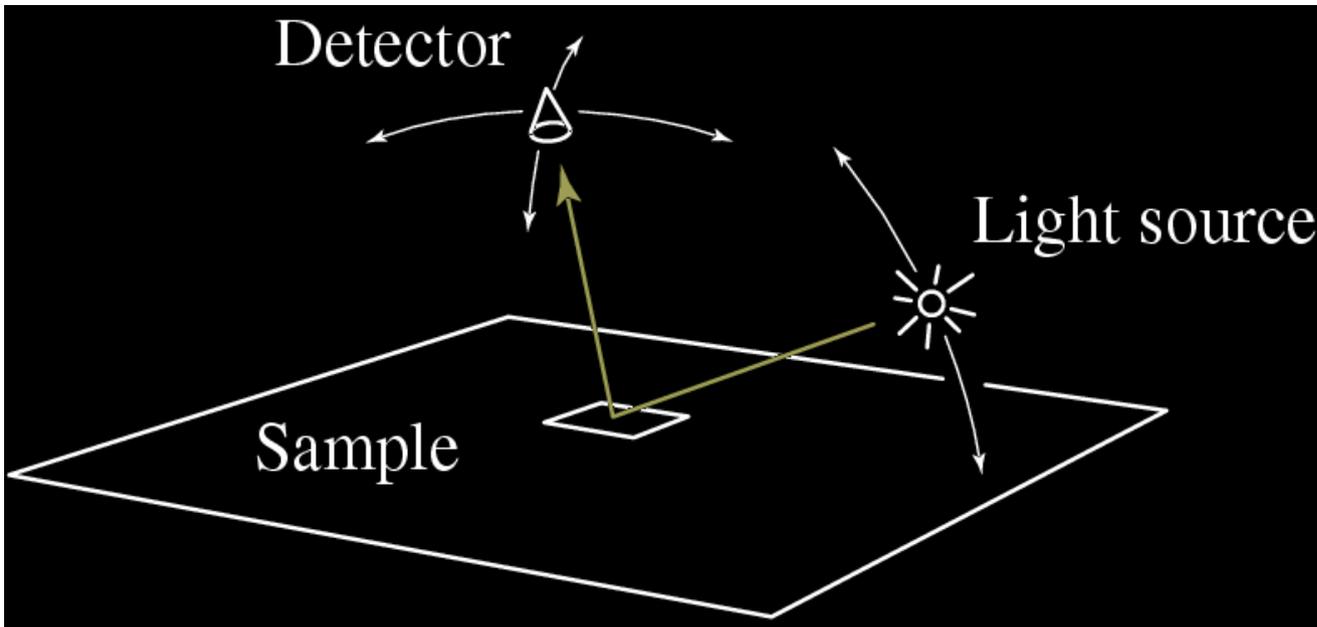
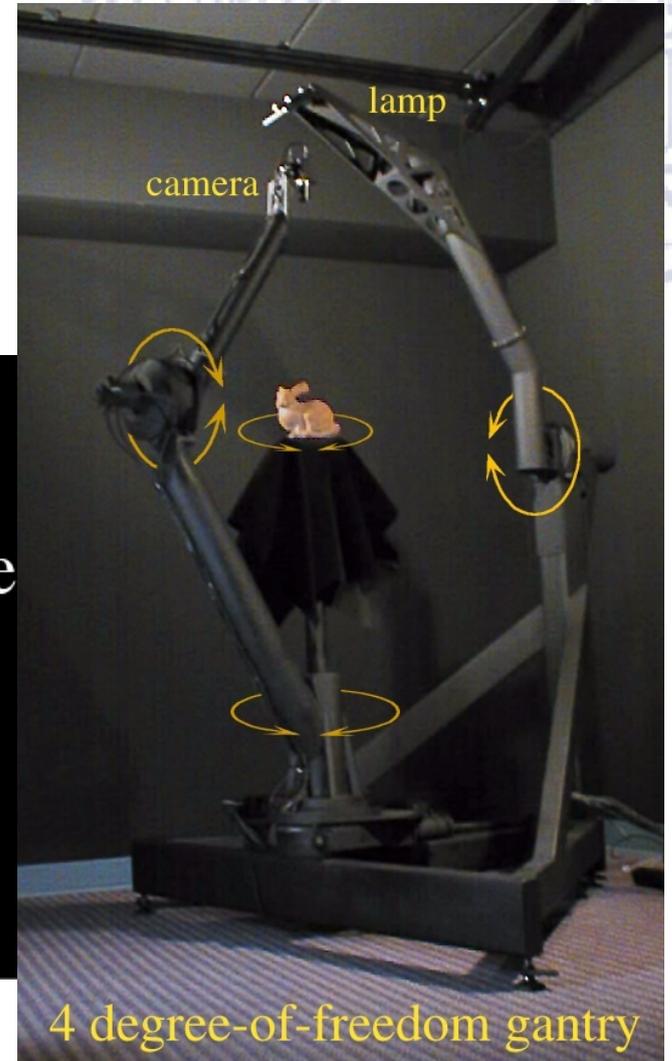
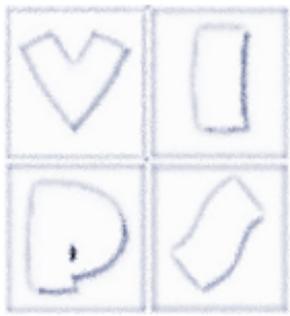
Many surfaces may be rough and show both diffuse and surface reflection.

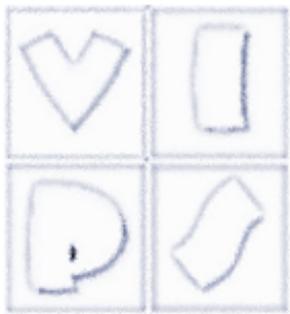


# Misurare la BRDF

- Potremmo chiederci: perché modellare con pochi parametri la BRDF se i comportamenti sono così complessi?
- Idea: misuriamo la BRDF dei materiali che ci interessano
  - Dalle misure possiamo ricavare il colore da usare in grafica
- Problemi
  - BRDF in generale ha 4 dimensioni
    - Possono scendere a 3 se assumo isotropia (dipende solo da angolo relativo)
    - Possono salire a 5 se varia con la frequenza...
  - Dobbiamo misurare in posizioni campionate e poi interpolare
  - Come?
- La cosa è comunque possibile

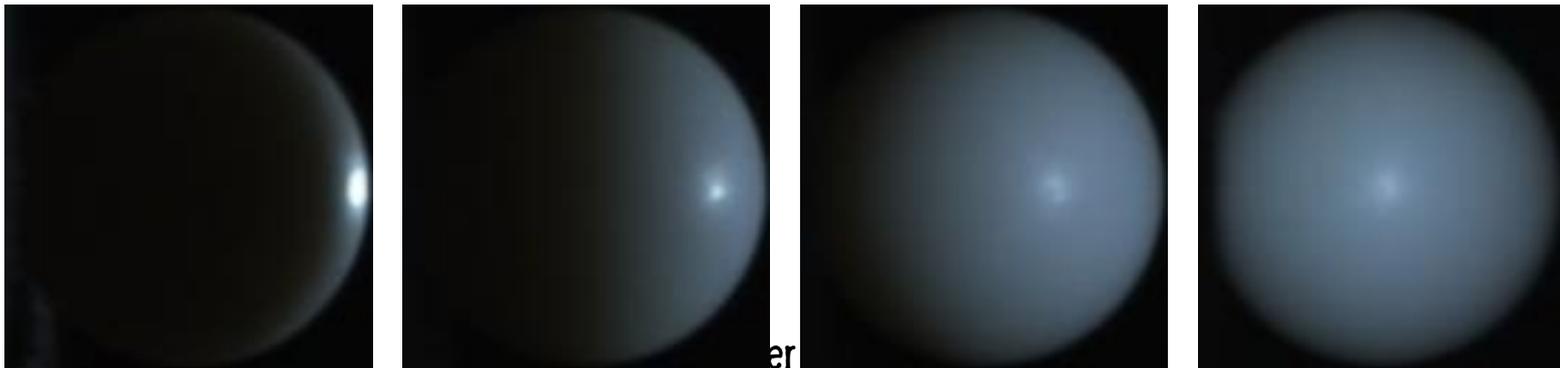
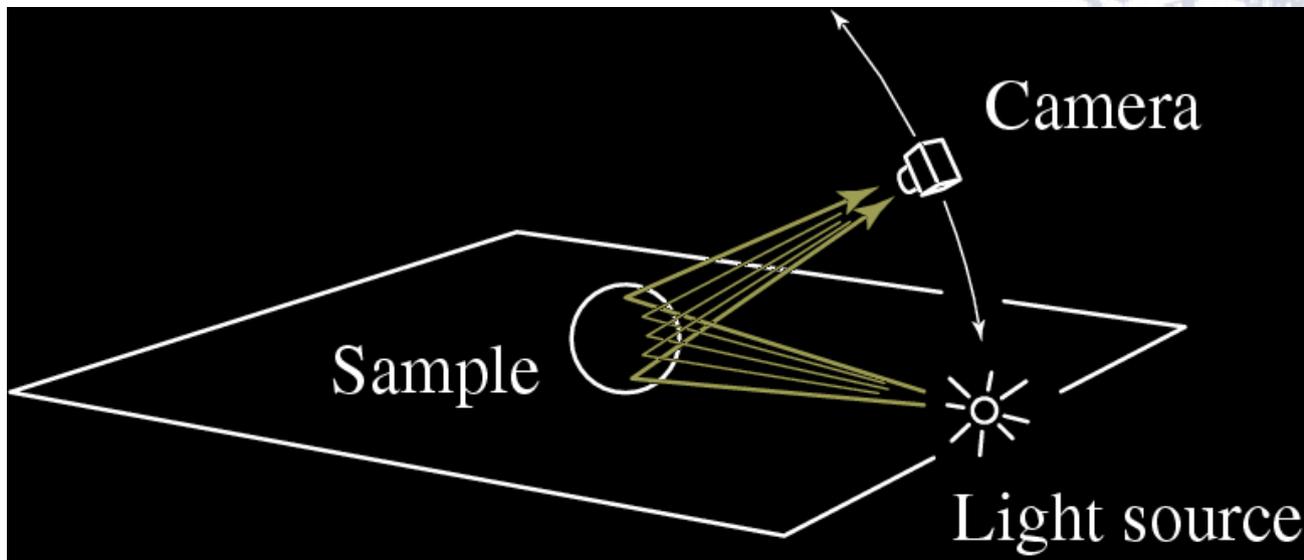
# Gonioriflettometro

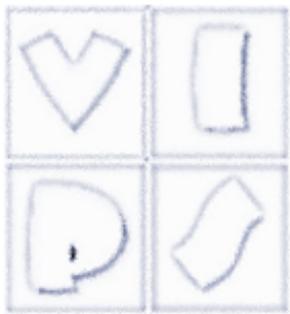




# Image based measurement

- Se acquisisco immagini e conosco la geometria (normali) degli oggetti, posso ricostruire la BRDF solo muovendo la camera





# BRDF misurate

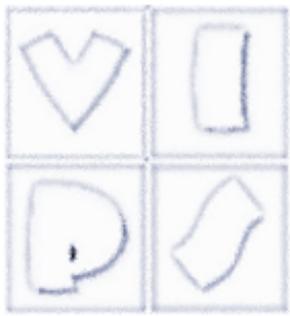
- Già nel 2005 BRDF tabulate di materiali

## Measurement



- 20-80 million reflectance measurements per material
- Each tabulated BRDF entails  $90 \times 90 \times 180 \times 3 = 4,374,000$  measurement bins





# Come usare?

- Impossibile memorizzare e usare online così tanti dati
- Soluzione
  - Usare rappresentazioni compatte
  - Es. mappare le matrici enormi in sottospazi di dimensionalità ridotta che però rappresentino bene la variabilità dei dati reali
  - Principal Component Analysis

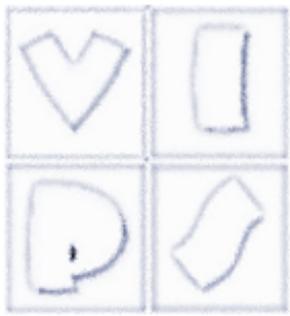


Nickel

Hematite

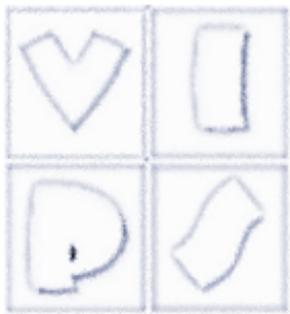
Gold Paint

Pink Felt

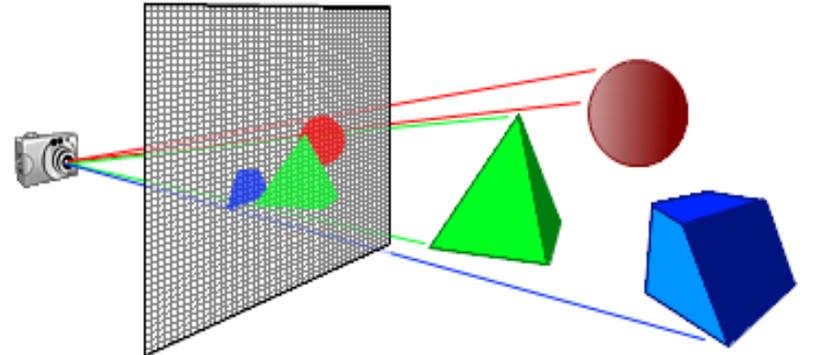


# Riassumendo

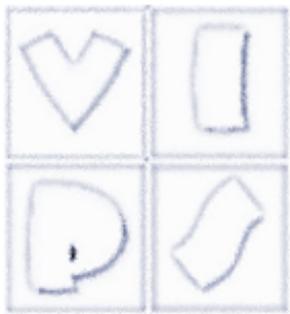
- Semplificando molto, possiamo calcolare l'intensità della luce riflessa da un elemento di superficie verso il pixel della telecamera in base all'intensità (irradianza) lì incidente e alla BRDF
- Possiamo simulare i materiali lucidi/opachi con
  - Modello di Phong
  - Altri modelli (Oren-Nayar, Torrance-Sparrow) più realistici
  - Addirittura interpolando da misurazioni reali
- Se supponiamo di conoscere l'intensità incidente, date le sorgenti luminose siamo a posto
  - In realtà dovremmo considerare tutte le interriflessioni (illuminazione globale)
- Dobbiamo solo implementare l'algoritmo per creare le immagini data la scena...



# Ray casting

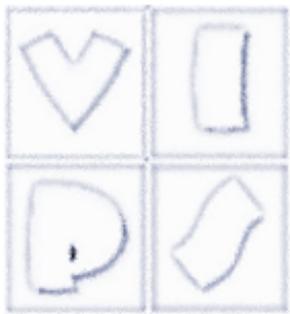


- Dovendo assegnare un colore ad ogni pixel, consideriamo il raggio ottico uscente da ciascun pixel.
- Un raggio ottico è una semiretta uscente dal COP che interseca il piano vista.
  - Se il raggio non interseca alcun oggetto della scena allora gli assegno il colore di sfondo.
  - Se il raggio interseca un oggetto, allora devo calcolare l'illuminazione  $I_{out}$  (il colore) nel punto di intersezione ed assegnarlo al pixel.
  - Per calcolare il colore applico il modello locale (di Phong).
  - Computazionalmente pesante trovare le intersezioni raggio-oggetti.
  - Si possono facilmente aggiungere le ombre tracciando il raggio che connette il punto d'intersezione con la sorgente luminosa (shadow ray): se esso interseca qualche oggetto allora il punto è in ombra.



# Calcolo delle intersezioni

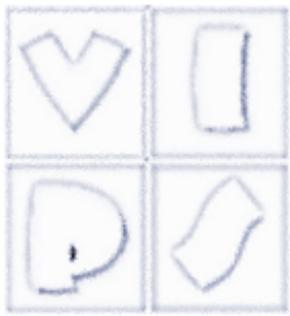
- E' il principale problema da risolvere nel ray-casting
  - Trovare il punto di intersezione del raggio con le primitive, e anche calcolare la normale nel punto per calcolare l'illuminazione
- Si può fare con tutti i tipi di primitiva (e di modelli) visti
  - Sfere, piani, poligoni, poliedri
- Computazionalmente pesante
  - Si possono usare strutture dati per semplificare il problema
  - Es. strutture dati gerarchiche, volumi di contenimento, octrees, kd trees



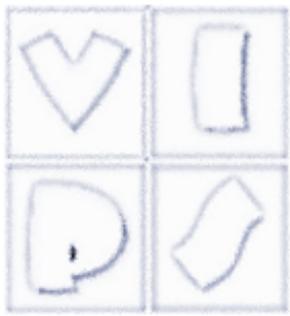
# Rasterization

- Abbiamo “imparato” a generare immagini sintetiche con il ray casting
- Però non è quello che faremo in pratica
- La pipeline delle schede grafiche usa un altro paradigma: rasterizzazione
  - Proietto i triangoli sul piano immagine
  - Ricavo materiali e normali dal modello
  - Calcolo il colore con il modello (locale) sui vertici
  - Interpolo sui pixel sovrapposti al triangolo
  - Devo decidere se il triangolo è visibile o non visibile, se è visibile copio effettivamente il colore sull'immagine
- Sembra complicato, ma la grafica 3D interattiva di solito funziona così...

# Domande di verifica



- Che cos'è la radianza?
- Che cosa si intende per BRDF?
- Cosa si intende per soluzione globale/locale dell'equazione del rendering?
- Cosa si intende per “modello di illuminazione”?



# Riferimenti

- Ganovelli et al. Cap. 6
- Scateni et al. Cap 6/8
- Buss (2003) cap.3
- Angel(2012) cap.5

